

## Construire des indicateurs de la croissance inclusive et de sa soutenabilité : que peuvent offrir les comptes nationaux et comment les compléter ?

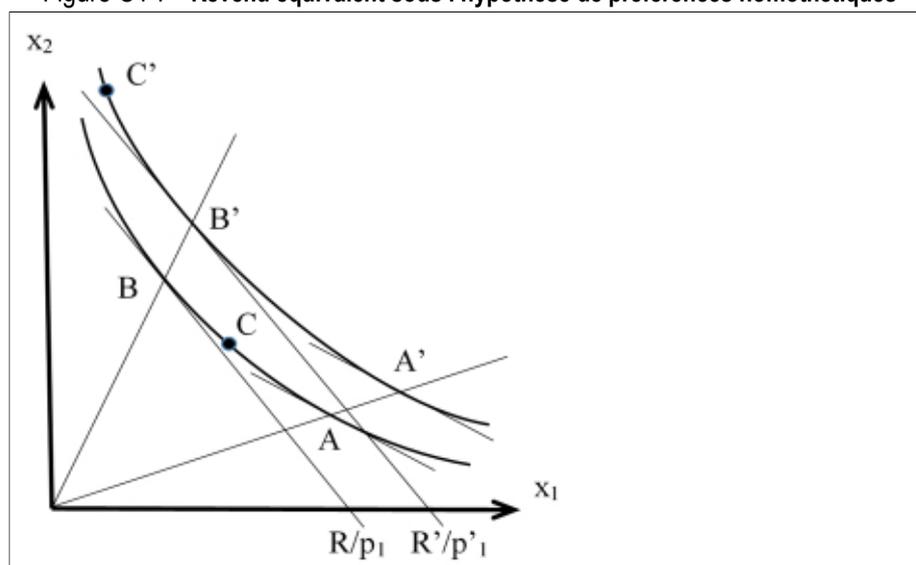
Didier Blanchet et Marc Fleurbaey  
*Annexes en ligne*

### Annexe en ligne C1 – En quoi la notion de volume recoupe-t-elle la notion d'utilité du consommateur ?

La comptabilité nationale ne mesure pas le bien-être mais les notions de volume ou de revenu réel qu'elle cherche à mesurer sont difficiles à qualifier hors de toute référence à la notion d'utilité du consommateur. *In fine*, c'est en effet la comparaison des services rendus par les différents biens et donc leurs utilités respectives qui sont l'étalon naturel pour synthétiser l'évolution de leurs quantités. C'est leur lien supposé avec ces utilités marginales qui justifie le recours aux prix pour cette agrégation. Les notions de volume, de revenu réel et d'utilité se recourent donc, sans se confondre pour autant. Comment sont-elles reliées l'une à l'autre ?

On peut commencer par poser la question dans le cas d'un consommateur représentatif dont les préférences seraient homothétiques : on dit que les préférences sont homothétiques quand l'indifférence entre deux paniers  $x$  et  $x'$  implique l'indifférence entre les paniers  $\lambda x$  et  $\lambda x'$ , pour toute valeur de  $\lambda$ . La forme qui en découle pour les courbes d'indifférence est représentée sur la figure C1-I. L'homothéticité veut dire que l'utilité s'accroît de la même manière pour un accroissement relatif donné des quantités, quelle que soit la direction dans laquelle on rayonne à partir du point origine, i.e., sur le graphique, quand on passe du point A au point A' ou du point B au point B'. Une propriété qui en découle est le parallélisme des tangentes à ces courbes d'indifférence quand on se déplace le long d'un rayon donné.

Figure C1-I – Revenu équivalent sous l'hypothèse de préférences homothétiques



Lorsque les préférences sont de cette forme, elles sont représentables par une fonction d'utilité cardinale  $F(G(x_1, x_2))$  où  $G$  est homogène de degré 1 et où  $F$  est une transformation monotone croissante quelconque. La composante  $G$  décrit les préférences ordinales des agents, c'est-à-dire la façon dont ils interclassent les différents paniers de biens et le degré auquel les variations des quantités de  $x_1$  compensent celles de  $x_2$ . En revanche, elle ignore le fait que doubler l'ensemble des consommations ne conduit pas forcément à un doublement de l'utilité ou du bien-être cardinal. C'est la fonction  $F$  qui rend compte de ce phénomène, si  $F''(.) < 0$ .

Dans un tel cas, on peut dire que les partages volume-prix ou le calcul d'un revenu réel reviennent à estimer la composante  $G$  de l'utilité globale. Les comptables nationaux le font en recourant à la technique du chaînage. En chaînant l'effet de petites variations des quantités avec des prix revus à chaque période, on évite le problème qu'illustre la figure I du texte, celui de la pondération par des prix de base qui peuvent ne plus du tout représenter les utilités relatives des biens en fin de période. Formellement, ce calcul de volumes au prix de l'année précédente chaînés peut être vu comme une approximation en temps discret de la formule de Divisia en temps continu (Hulten, 1973) :

## Construire des indicateurs de la croissance inclusive et de sa soutenabilité : que peuvent offrir les comptes nationaux et comment les compléter ?

Didier Blanchet et Marc Fleurbaey  
*Annexes en ligne*

$$\exp\left(\int_0^T \frac{p_1(t)dx_1 + p_2(t)dx_2}{p_1(t)x_1(t) + p_2(t)x_2(t)}\right)$$

Or ce qui justifie l'agrégation par les prix est l'hypothèse qu'ils sont proportionnels aux utilités marginales des différents biens, ce qui sera le cas si la consommation est optimisée à chaque période, soit  $p_i(t) = \mu U'_i = \mu \cdot F'(G) \cdot G'_i$ . L'intégrale se réécrit dans ce cas :

$$\exp\left(\int_0^T \frac{G'_1(t)dx_1 + G'_2(t)dx_2}{G'_1(t)x_1(t) + G'_2(t)x_2(t)}\right)$$

Elle se simplifie encore en tenant compte de l'homogénéité de degré 1 de la fonction  $G$  qui permet d'appliquer l'identité d'Euler  $G = G'_1 \cdot x_1 + G'_2 \cdot x_2$ . Il vient au final :

$$\exp\left(\int_0^T dG/G\right) = G(T)/G(0)$$

ce qui démontre que l'indicateur de volume s'identifie à la fonction  $G$ , à un facteur d'échelle indéterminé près. On aura le même résultat si on calcule le volume en déflatant le revenu  $R$  par un indice de prix à utilité constante (IUC). L'IUC nous indique de combien doit-être accru le revenu nominal pour conserver le même niveau d'utilité  $U$  lorsque l'on passe des prix  $p$  aux prix  $p'$ . Avec des préférences homothétiques, cet IUC ne dépend que des prix et pas du niveau d'utilité  $U$  que l'on cherche à préserver. Par définition de l'IUC, la grandeur  $(R(T)/R(0))/(IUC(T)/IUC(0))$  sera constante si les variations combinées de prix et de revenu nous font rester sur la même courbe d'indifférence, et elle s'accroîtra proportionnellement à  $x$  si on se déplace sur les rayons le long desquels la structure de consommation et celles des prix sont invariantes. Ceci reproduit à nouveau les propriétés de la fonction  $G$ , toujours à un facteur d'échelle près.

Une troisième façon de procéder pour la comparaison de deux paniers quelconques tels que les paniers C et C' est la méthode du revenu équivalent. Elle consiste à se fixer un système de prix de référence et à comparer les courbes d'indifférence sur lesquelles se situent ces deux paniers en calculant les revenus minimaux requis pour atteindre ces courbes, pour ce système de prix donné. Sur la figure C1-I, en prenant le système de prix relatifs correspondant au point B, ceci correspond aux valeurs  $R/p_1$  et  $R'/p'_1$  reportées sur l'axe horizontal, en ayant pris le bien 1 comme numéraire. Avec des préférences homothétiques, cette façon de comparer les courbes d'indifférence est à nouveau indépendante du système de prix qui a été pris pour référence.

On a ainsi trois méthodes donnant un unique résultat. La fonction  $G$  qu'elles reconstituent ne peut pas être assimilée au bien-être parce qu'elle ignore que celui-ci ne s'accroît pas forcément en proportion du revenu ou du panier de biens consommables avec ce revenu. Une façon de marquer la différence est de parler de niveau de vie ou de pouvoir d'achat du revenu : avoir deux fois plus de revenu à prix constants augmente d'autant le niveau de vie ou le pouvoir d'achat sans que le bien-être final n'évolue forcément dans la même proportion. Revenu réel ou niveau de vie n'en sont pas moins très liés à la forme de la fonction  $U$  : ils sont l'une des scalarisations possibles des préférences ordinales sous-jacentes à cette fonction  $U$ .

Qu'advient-il de ce résultat lorsque l'on abandonne l'hypothèse d'homothéticité des préférences ? Les choses se compliquent évidemment mais d'une façon qui, à nouveau, ne se comprend bien qu'en se référant au concept d'utilité du consommateur. Pour ce qui est du chaînage, le problème va être que son résultat devient dépendant de la trajectoire parcourue entre les dates 0 et  $T$ . Pour la déflation par un IUC, le problème va être que cet IUC dépend du niveau d'utilité qui est pris pour référence. Pour la méthode du revenu équivalent, le problème va être que le résultat va dépendre du système de prix qui est choisi pour référence : c'est ce qui est illustré sur la figure C1-II avec un écart des revenus équivalents associés aux courbes AB et A'B' qui n'est pas le même selon que l'on prend pour prix de référence ceux qui sont associés au point A (flèche en trait pointillé) ou au point B (flèche en trait gras).

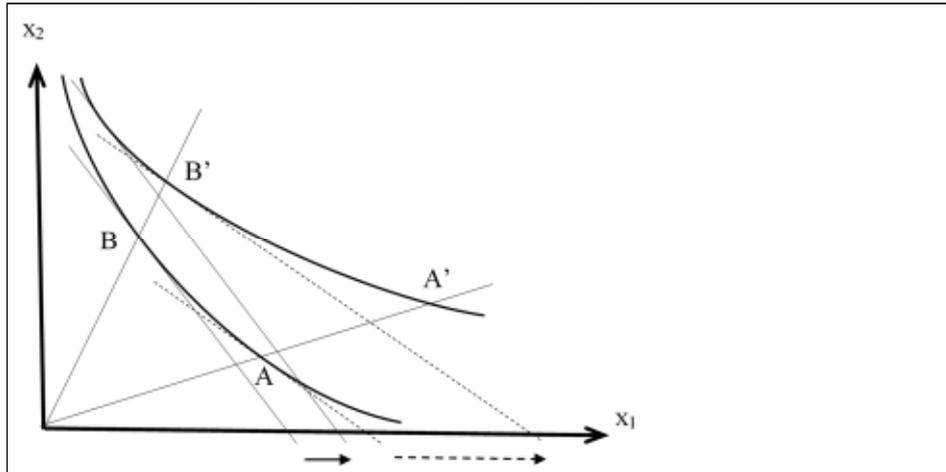
Si l'origine du problème est la même dans les trois cas, les conséquences ne sont pas les mêmes. Il n'y a pas de parade possible pour ce qui concerne le chaînage, c'est une des limites de cette méthode. En pratique, on se contente d'en proscrire l'usage pour décrire le résultat final d'évolutions temporelles excessivement erratiques : le risque serait par exemple de conclure à un changement des volumes produits ou consommés alors qu'un mouvement de hausse puis de baisse fait exactement revenir aux conditions initiales. Pour la dépendance à  $U$  de l'IUC ou la dépendance à  $p$  du revenu équivalent, on peut les résoudre en explicitant les niveaux de  $U$  ou de  $p$  qui

**Construire des indicateurs de la croissance inclusive et de sa soutenabilité : que peuvent offrir les comptes nationaux et comment les compléter ?**

Didier Blanchet et Marc Fleurbaey  
*Annexes en ligne*

sont pris pour référence. De façon générale, c'est aussi bien la notion de volume que d'utilité qui sont nécessairement relatives : le même couple de variations relatives des quantités de deux biens ne peut pas représenter le même accroissement de volume global selon l'endroit où l'on situe dans le réseau des courbes d'indifférence.

**Figure C1-II – Revenu équivalent sous l'hypothèse de préférences quelconques : le résultat dépend du système de prix choisi pour référence**



## Construire des indicateurs de la croissance inclusive et de sa soutenabilité : que peuvent offrir les comptes nationaux et comment les compléter ?

Didier Blanchet et Marc Fleurbaey  
Annexes en ligne

---

### Annexe en ligne C2 – Mesure de la soutenabilité dans une approche *capital-based*

---

Un indicateur de soutenabilité *capital-based* agrège les variations courantes des différents types d'actifs sur la base de prix imputés reflétant leurs véritables importances pour le niveau de bien-être futur. Le principe théorique est le suivant. On note  $K_i(t)$  les stocks correspondants à la date  $t$ ,  $i$  allant de 1 à  $m$ . Les autres variables décrivant le système socio-économique et environnemental sont  $n$  variables  $C_j$  décrivant aussi bien les « consommations » que les « actions » de la date  $t$ , toujours entendues dans un sens large. Ce sont ces  $C_j$  qui, dans l'esprit du modèle de la première section de l'article sont les principaux arguments de la fonction de bien-être courant, mais on peut imaginer que les  $K_i$  soient eux-aussi des arguments de ce bien-être, soit donc, de manière générale,

$$U(t) = U(C_1(t), \dots, C_n(t), K_1(t), \dots, K_m(t)).$$

À comportements de consommation donnés, la dynamique du système est décrite par un système d'équations donnant l'évolution des  $K_i$ , soit :

$$dK_i/dt = R_k(C_1(t), \dots, C_n(t), K_1(t), \dots, K_m(t))$$

qui généralisent l'équation  $dK(t)/dt = f(K(t), L(t)) - C(t) - \delta K(t)$  du modèle à bien unique en autorisant des formes de dépendance aussi complexes que l'on veut. Par exemple, le capital  $K_i$  peut décroître en fonction des prélèvements effectués pour l'ensemble des consommations ou actions  $C_j$ , et soit s'autorégénérer soit se déprécier de manière accélérée d'une manière qui dépendra de son niveau courant (idée d'effets de seuil) et éventuellement des niveaux courants des autres types de capital, s'il existe des interactions entre dynamiques de ces différents biens.

Sur ces bases, on considère un « programme », c'est-à-dire une projection à long terme de l'ensemble des variables d'intérêt, sur la base d'hypothèses de comportement qui n'ont pas nécessairement besoin d'être optimales en quelque sens que ce soit du terme. La projection de la séquence des niveaux de bien-être futur peut se résumer par un indice global d'utilité intertemporel actualisé  $W(t)$  défini comme

$$W(t) = \int_{t' > t} e^{-\rho(t'-t)} U(t') dt',$$

ce qui correspond à la définition usuelle de la richesse comme correspondant au flux actualisé de services pouvant être rendus par les stocks initiaux de ressources  $K_i(t)$ , les services étant ici directement mesurés en termes d'utilité. Le bien-être courant est dit « soutenu » le long de cette trajectoire si les  $U(t')$  futurs ne chutent jamais en dessous de  $U(t)$ . Le bien-être courant est dit « soutenable » s'il existe au moins un sentier, éventuellement différent du sentier considéré, où le bien-être ne retombe jamais sous ce niveau.

Une condition nécessaire pour que le bien-être courant soit soutenu est d'avoir  $dW(t)/dt > 0$ . En effet,  $U(t') \geq U(t)$  pour tout  $t' > t$  nécessite d'avoir

$$W(t) \geq \int_{t' > t} e^{-\rho(t'-t)} U(t) dt' = U(t)/\rho,$$

et donc

$$dW(t)/dt = \rho W(t) - U(t) \geq 0.$$

Or  $dW(t)/dt$  peut aussi se réécrire comme  $\sum_i (\partial W / \partial K_i) dK_i/dt$  qui s'interprète comme un taux d'épargne net généralisé utilisant comme valorisation des différents types d'actifs leurs contributions marginales à l'indicateur de richesse  $W(t)$ . Pour que le bien-être courant soit soutenu, il faut que ce taux d'épargne net soit supérieur ou égal à zéro, cette condition étant nécessaire mais non suffisante.

Un taux d'épargne net positif ou nul est aussi une condition nécessaire pour que le bien-être courant soit soutenable (et non plus « soutenu »), mais seulement dans le cas où le sentier de croissance est optimal pour l'objectif utilitariste  $W(t)$  (Hamilton & Clemens, 1999). Il s'agit là encore d'une condition nécessaire et non suffisante. Même sous l'hypothèse d'optimalité, une épargne nette ajustée positive ne garantit pas la soutenabilité (Pezzey, 2004 ; Asheim, 2007). En sens inverse, la condition de positivité n'est pas forcément nécessaire si la trajectoire prise pour référence n'est pas une trajectoire optimale au sens de la maximisation de  $W(t)$  : le bien-être courant peut ne pas être soutenu le long d'une telle trajectoire, par exemple une trajectoire extrêmement myope de surexploitation massive des ressources, sans exclure qu'il le soit sur une trajectoire alternative plus prévoyante.

## Construire des indicateurs de la croissance inclusive et de sa soutenabilité : que peuvent offrir les comptes nationaux et comment les compléter ?

Didier Blanchet et Marc Fleurbaey

*Annexes en ligne*

Le message à tirer de l'indice est donc variable selon les contextes. L'un de ses intérêts est de permettre de lever théoriquement l'opposition entre soutenabilité forte et faible : si l'un des actifs devient crucial pour l'évolution du bien-être futur à une date donnée, par exemple à l'approche d'un seuil critique pour son renouvellement spontané, ceci devrait se traduire par un prix imputé infiniment grand par rapport à celui des autres actifs, empêchant toute forme de compensation de sa baisse par des augmentations des autres biens de capital. On retrouve ce que postule a priori l'empreinte écologique en accordant une valeur implicite nulle à tous les actifs autres que les ressources naturelles renouvelables. À la limite, on peut même être amené à attribuer une valeur négative à un ou plusieurs  $K_i$  si ceux-ci ont des externalités négatives sur la régénération d'autres actifs plus fondamentaux pour le bien-être futur. On trouvera dans Fleurbaey & Blanchet (2013) des simulations illustrant ce type de propriété.

Ceci étant, ce que montre ce formalisme est surtout à quel point l'exercice diffère d'un exercice statistique classique. Il montre d'abord que l'on ne peut se contenter d'une valorisation des atteintes à l'environnement au coût de remise en état de ce dernier. Ce n'est pas ce coût de remise en état qui indique spontanément en quoi une dégradation impacte le bien-être futur, sauf sous une hypothèse d'optimalité sous laquelle coût marginal de remise en état et atteinte marginale s'équilibreraient exactement. Plus généralement, un calcul d'épargne nette ajustée sur la base de prix de marché n'aurait de sens que si les prix de marché de l'ensemble des actifs étaient de vrais indicateurs de leurs contributions marginales au bien-être futur. Or l'inefficacité ou l'inexistence d'un seul marché suffit en théorie à fausser les signaux-prix sur l'ensemble de tous les marchés. La solution du problème ne peut donc se réduire à combiner prix de marché pour les actifs qui en ont un et prix imputés pour ceux qui n'en ont pas : ce sont tous les prix qui doivent être ré-imputés en s'appuyant sur des projections économiques et environnementales complètes.

### Références des Annexes en ligne

**Asheim, G. B. (2007).** *Characterizing and Indicating Sustainability*. Dordrecht: Springer.

**Fleurbaey, M. & Blanchet, D. (2013).** *Beyond GDP. Measuring well-being and assessing sustainability*. Oxford: Oxford University Press.

**Hamilton, K. & Clemens, M. (1999).** Genuine Saving in Developing Countries. *World Bank Economic Review*, 13, 33–56. <https://elibrary.worldbank.org/doi/abs/10.1093/wber/13.2.333>

**Hulten, C. R. (1973).** Divisia Index Numbers. *Econometrica*, 41(6), 1017–1025. <https://doi.org/10.2307/1914032>

**Pezzey, J. C. V. (2004).** One-sided sustainability tests with amenities, and changes in technology, trade and population. *Journal of Environmental Economics and Management*, 48, 613–631. <https://doi.org/10.1016/j.jeem.2003.10.002>