



L'EXTRACTION DE LA TENDANCE CYCLE

Préparé par : Mr ZOHRA AASSIF

Le présent travail a pour but de présenter les techniques d'extraction de la tendance cycle. Les techniques sont diverses et multiples, on se concentrera ici sur deux principaux filtres à savoir le filtre de Hodrick-Prescott et le filtre de Baxter-King. Le travail s'articulera autour de deux volets : le premier volet propose un cadre théorique où seront détaillées les différentes propriétés des deux filtres ainsi que la méthode de datation des cycles. Le deuxième volet essaiera d'appliquer ce cadre pour dégager la tendance-cycle d'une série trimestrielle de passagers du transport aérien marocain.

I. LES TECHNIQUES DE DECOMPOSITION ENTRE TENDANCE ET CYCLE

On considère habituellement une série temporelle comme intégrant les quatre composantes suivantes :

- la tendance: c'est le sentier de croissance de l'agrégat qui retrace son évolution de long terme;
- le cycle: il est le résultat de chocs qui affectent l'agrégat et provoquent des fluctuations récurrentes et transitoires autour de sa tendance;
- la saisonnalité: la plupart des variables macroéconomiques sont sujettes à des fluctuations de périodicité infra annuelle dues aux effets saisonniers (par exemple, climat, habitudes, etc.);
- l'irrégulière: c'est une composante aléatoire qui est censée regrouper les résidus non pris en compte par les autres composantes.

Ces composantes ne sont pas directement observables et doivent donc être modélisées. On adopte généralement l'hypothèse de leur séparabilité selon un modèle additif ou multiplicatif. Ainsi, deux modèles se présentent habituellement:

- le modèle additif : la série s'écrit sous la forme $X = T+C+S+I$.
- le modèle multiplicatif : la décomposition s'écrit $X = T(1+c)(1+s)(1+i)$. Dans ce second cas, l'amplitude du cycle ou de la composante saisonnière dépend du niveau de la tendance et s'accroît (ou décroît) avec la tendance.

La littérature économique fournit plusieurs techniques pour décomposer un agrégat entre sa tendance et la composante cyclique. Il est possible de discriminer ces techniques en fonction

des propriétés du cycle obtenu. Cependant, selon l'approche méthodologique on peut également les diviser en deux grands groupes :

- Le premier groupe est fondé sur une modélisation stochastique des différentes composantes de la série. Cette approche suppose de connaître la représentation qui s'adapte le mieux à la série concernée, ce qui est loin d'être aisé. La décomposition permanente de Beveridge-Nelson et les modèles à composantes inobservables relèvent de ce premier type d'approche.
- Les approches du second groupe reposent sur l'application de moyennes mobiles. Si ces dernières souffrent le plus souvent d'une faible justification théorique, elles se révèlent assez efficaces dans les travaux empiriques. Les moyennes mobiles arithmétiques, le filtre de Hodrick et Prescott ou encore celui proposé par Baxter et King constituent les techniques de ce type.

Aucun de ces groupes n'est parfait en soi et une pratique courante dans la recherche consiste à utiliser simultanément plusieurs techniques afin de pouvoir tester empiriquement la robustesse des résultats. Dans la mesure où notre étude porte sur la caractérisation d'évènements passés et ne comporte pas de dimension prospective, les techniques retenues dans ce document relèvent de la seconde catégorie. Nous avons donc retenu ici deux filtres linéaires : le filtre de Hodrick et Prescott et l'approximation du filtre passe bande idéale proposée par Baxter et King (1995).

I.1- ANALYSE SPECTRALE ET FILTRAGE LINEAIRE

Une chronologie d'évènements type peut être analysée dans le domaine des périodes (durée de l'évènement type) et aussi dans celui des fréquences (nombre d'évènements type sur une période donnée). Ainsi l'analyse statistique des séries temporelles peut être développée de façon équivalente dans le domaine des périodes ou dans celui des fréquences. La théorie de la densité spectrale, qui définit les concepts fondamentaux pour comprendre le passage entre ces deux domaines (Gourieroux et Monfort 1989, Hamilton 1994), se révèle particulièrement utile pour étudier ou définir des filtres linéaires. L'application des résultats de l'analyse spectrale à l'étude des cycles économiques est donc devenue une pratique de plus en plus répandue en macroéconomie quantitative.

I.1.a/ Rappels sur la densité spectrale

Pour un processus stationnaire X_t d'autocovariance d'ordre j γ_j , la densité spectrale f_x est définie sur $[-\pi, +\pi]$ par :

$$f_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{i\omega j} \text{ pour } \omega \in [-\pi, +\pi]$$

Une propriété importante relie la densité spectrale et l'autocovariance d'ordre j du processus X_t . On peut en effet établir (Gourieroux et Monfort 1989, Hamilton 1994) :

$$\gamma_j = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\omega j} f_x(\omega) d\omega$$

En particulier, pour $j = 0$, on obtient l'égalité entre la variance du processus et l'intégrale de sa densité spectrale :

$$\sigma^2(X_t) = \int_{-\pi}^{\pi} f_X(\omega) d\omega$$

Les fluctuations de longue période, ie la tendance, sont associées aux basses fréquences, les fluctuations cycliques aux moyennes fréquences. Les hautes fréquences caractérisent quant à elles les mouvements irréguliers.

I.1.b/ Fonction de transfert et analyse des séries filtrées

On cherche maintenant à étudier les propriétés d'une série X_t^* obtenue par application d'un filtre linéaire symétrique $h(L)$ au processus initial X_t :

$$X_t^* = h(L)X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_j X_{t-j}$$

On peut alors établir le résultat suivant entre les densités spectrales des processus filtré et initial :

$$f_{X^*}(\omega) = h(e^{-i\omega}) f_X(\omega) h(e^{i\omega})$$

La fonction $h(e^{-i\omega})$, appelée fonction de transfert, peut s'écrire sous forme polaire :

$$h(e^{-i\omega}) = R(\omega) e^{i\theta(\omega)}$$

On définit la fonction de gain $R(\omega)$ par $|h(e^{-i\omega})|$, qui indique l'accroissement de l'amplitude de la série initiale à la fréquence ω . Le déphasage à la fréquence ω consécutif à l'application du filtre linéaire est mesuré par $\theta(\omega)$. Ces deux concepts permettent de poser deux propriétés importantes :

- Le filtre conservera les constantes lorsque le gain est unitaire à la fréquence nulle : $\sum_i h_i = 1$. Intuitivement, cette contrainte permet également de ne pas modifier le niveau moyen de la série.
- Cette formulation permet d'établir deux propriétés importantes des filtres linéaires. Lorsque le filtre est symétrique ($h_{-i} = h_i$), la fonction de transfert est à valeurs réelles et le déphasage $\theta(\omega)$ est par conséquent nul. Un tel filtre permet de ne pas déplacer les points de retournement de la série.

L'analyse des propriétés et de la qualité d'un filtrage linéaire s'appuie sur la propriété qui suit :

$$\sigma^2(X_t^*) = \int_{-\pi}^{\pi} |R(\omega)|^2 f_X(\omega) d\omega$$

I.2- LE FILTRE DE HODRICK-PRESCOTT

I.2.a/ Définition du filtre de Hodrick-Prescott

La technique de décomposition élaborée par Hodrick et Prescott est l'une des méthodes les plus souvent utilisées dans l'analyse des fluctuations. Elle permet d'extraire d'une série sa tendance de long terme en minimisant le critère suivant :

$$\sum_{t=1}^T (x_t - x_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} [(x_{t+1}^* - x_t^*) - (x_t^* - x_{t-1}^*)]^2$$

où x_t est le logarithme de la série initiale et x_t^* la tendance à extraire, non observée.

Le premier terme de l'expression est la composante cyclique : celle-ci est prise comme étant un simple écart à la tendance et comporte en fait les irréguliers. Le second est une variation du taux de croissance de la tendance. Le paramètre λ quant à lui résulte d'un arbitrage entre la composante des fluctuations et le lissage de la tendance. Plus il est élevé, plus la tendance sera lisse et le cycle proche de la série initiale. Dans la pratique, on retient souvent la valeur de 1600 pour les données trimestrielles. Ce choix est basé sur l'analyse des séries macroéconomiques américaines. En effet, dans la résolution du programme de minimisation, les auteurs montrent que $\lambda = \sigma_c^2 / \sigma_t^2$ avec σ_c l'écart type de la composante cyclique ($x_t - x_t^*$) et σ_t celui de la tendance extraite x_t^* . Le raisonnement à la base est donc à peu près celui ci : le cycle peut fluctuer raisonnablement de l'ordre de 5% par trimestre et la tendance ne doit pas fluctuer du plus du huitième de pourcentage, ce qui donne $\lambda = (5\%)^2 / (\frac{1}{8}\%)^2 = 1600$.

Tableau I. Valeurs du paramètre λ

| Période | Mois | Trimestre | Semestre | Année |
|-----------|--------|-----------|----------|-------|
| λ | 14 400 | 1 600 | 400 | 100 |

Source: PONTY, Nicolas : Cahiers de l'ENSEA (2001)

Le filtre de Hodrick-Prescott (HP par la suite) consiste en fait à appliquer à la série une moyenne mobile dont les coefficients varient avec la date de l'observation. Pour les points centraux, celle-ci est symétrique et on peut l'analyser à partir des résultats de l'analyse spectrale.

I.2.b/ Propriétés du filtre HP

Ecrivons le programme de minimisation précédent sous forme matricielle :

$$\underset{x^*}{\text{Min}} (x - x^*) (x - x^*) + \lambda x^{*t} M M x^*$$

Avec M la matrice d'ordre $(t-2, t)$ définie par $M_{(t-2, t)} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

Les conditions de premier ordre donnent :

$$-2(x - x^*) + 2\lambda' MMx^* = 0 \text{ soit } x = (I_T + \lambda' MM)x^* .$$

L'élément de la $i^{\text{ième}}$ ligne et la $j^{\text{ième}}$ colonne de la matrice $'MM$ donne ce qui suit :

$$\text{ligne } i \left[\begin{array}{cccc} \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdots 1 & -4 & 6 & -4 \ 1 \dots \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \end{array} \right]$$

colonne $j = i$

La série initiale s'écrit donc : $x_t = [\lambda L^{-2} - 4\lambda L^{-1} + (1 + 6\lambda) - 4\lambda L + \lambda L^2]x^*$

$$\text{d'où : } x_t^* = \frac{1}{\lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2 + 1} x_t = h_{HP}(L)x_t$$

La fonction de transfert est donc donnée par $h_{HP}(e^{-i\omega}) = \frac{1}{\lambda(1-e^{-i\omega})^2(1-e^{i\omega})^2 + 1}$ et celle de gain

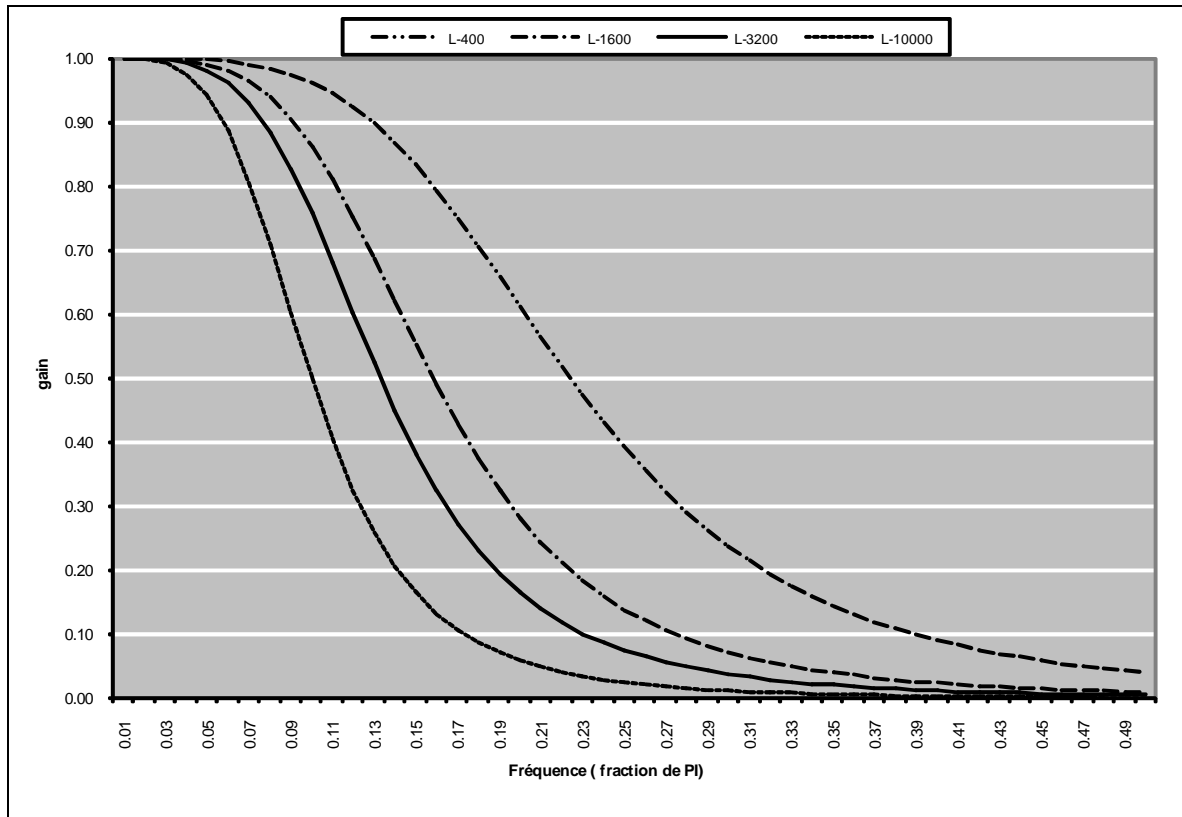
$$\text{par } R(\omega) = \frac{1}{4\lambda(1 - \cos(\omega))^2 + 1} .$$

Nous avons représenté la fonction de gain du filtre HP pour différentes valeurs de λ (cf.

figure i.). Cette fonction prend des valeurs proches de l'unité pour les basses fréquences : le filtre de HP conserve donc bien les mouvements de longue période. Si l'on retient pour la tendance la caractérisation proposée par Burns et Mitchell (1946), alors la fréquence qui permet de délimiter entre tendance et cycle est de 0,1250 pour des données annuelles, 0,0312 pour des données trimestrielles et 0,0104 pour des données mensuelles. Le choix proposé des valeurs λ selon la périodicité des séries s'explique car la fonction de gain est d'autant plus décalée à droite que le paramètre λ est faible.

Pour les hautes fréquences, le gain du filtre tend vers zéro. Toutefois, entre les basses et les hautes fréquences, la fonction de gain décroît continûment et est donc à valeur non nulle. Une partie des fluctuations cycliques est donc intégrée dans la tendance filtrée, et ceci d'autant plus que le paramètre λ est faible. Dans le cas limite où $\lambda=0$, on retrouve l'identité de la tendance filtrée avec la série initiale.

Figure i- Fonctions de gain du filtre de Hodrick-Prescott pour différentes valeurs de λ



I.3- LE FILTRE PASSE-BANDE DE BAXTER-KING

L'approche proposée par Baxter et King¹ (1995) a pour objectif de filtrer avec le plus de précision possible la composante définie comme un cycle par Burns et Mitchell (1946).

Ce filtre repose sur la décomposition spectrale d'un processus et ajoute de "la chair théorique à cette ossature empirique" qu'est la technique des moyennes mobiles. Le principe de la méthode est de déterminer un filtre linéaire optimal qui permette d'extraire d'un processus les composantes relatives à une gamme de fréquences choisies. Un tel filtre existe déjà, mais il est d'application impossible puisque infini. Les auteurs en ont dérivé une approximation en lui imposant un certain nombre de contraintes. En effet, le filtre obtenu doit:

- Extraire de la série les composantes choisies sans en affecter les propriétés. Il ne doit pas introduire des changements de phase ou de niveau ;
- Produire une série stationnaire. Le cycle obtenu ne doit pas dépendre de la période de l'échantillon ;
- Permettre une approximation optimale du filtre linéaire idéal.

¹ BAXTER, Marianne; KING, Robert G.- Measuring business cycles: approximate band-pass filter for economics times series.- New York: National Bureau of Economic Research, February 1995.- Working Paper N°5022.

I.3.a./ Le filtre passe-bande idéal

Le filtre passe-bande idéal est un filtre qui extrait les composantes des fluctuations de fréquences comprises dans une bande de fréquences du type: $[-\bar{\omega}; \underline{\omega}] \cup [\underline{\omega}; \bar{\omega}]$ avec $\underline{\omega} < \bar{\omega}$. Pour construire un tel filtre, il est nécessaire de définir le filtre de basses fréquences. Le filtre idéal de basses fréquences est le filtre qui conserve les composantes de fréquences comprises dans un intervalle du type $]-\underline{\omega}; \underline{\omega}[$. En utilisant les résultats établis précédemment sur les filtres linéaires symétriques, on peut caractériser un tel filtre par les équations:

$$R(\omega) = 1 \text{ pour } \omega \in]-\underline{\omega}; \underline{\omega}[$$

$$R(\omega) = 0 \text{ pour } \omega \notin]-\underline{\omega}; \underline{\omega}[$$

Le filtre de hautes fréquences peut être défini de façon symétrique. Le calcul des coefficients du filtre linéaire ainsi défini se fait à l'aide de la transformation inverse de Fourier:

$$h_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} R(\omega) e^{i\omega h} d\omega \quad \forall h \in Z$$

Ce qui donne, dans le cas du filtre de basses fréquences défini précédemment:

$$h_0 = \frac{\omega}{\pi}$$

$$h_j = \frac{\sin(j\omega)}{j\pi} \quad \forall j \in Z^*$$

A partir de là, il est aisé de construire un filtre qui extrait les composantes correspondant à une gamme de fréquences comprises dans un intervalle du type $]\underline{\omega}; \bar{\omega}[$ ². Un tel filtre sera appelé filtre passe-bande. Les coefficients s'écrivent comme un simple différence de ceux de deux filtres de basses fréquences $\bar{\omega}$ et $\underline{\omega}$:

$$h_j^{PB} = h_j^{\bar{\omega}} - h_j^{\underline{\omega}}$$

où h_j^{PB} , $h_j^{\bar{\omega}}$ et $h_j^{\underline{\omega}}$ désignent respectivement les coefficients du filtre passe-bande $]\underline{\omega}; \bar{\omega}[$, des filtres de basses fréquences $\bar{\omega}$ et $\underline{\omega}$.

I.3.b./ Approximation du filtre idéal

Le filtre idéal défini précédemment est d'une application impossible et d'ailleurs sans intérêt puisqu'il s'agit d'une moyenne mobile infinie. Baxter et King proposent d'approximer chacun des filtres de basses fréquences par un filtre tronqué qui minimise la perte de la variance causée par le passage du filtre idéal au filtre tronqué. La moyenne mobile d'ordre $2K+1$ résulte de la résolution du programme suivant :

² Cette gamme de fréquence correspond aux composantes cycliques dont la période est comprise dans l'intervalle $]p; q[$ où $p = \frac{2\pi}{\bar{\omega}}$ et $q = \frac{2\pi}{\underline{\omega}}$. Pour les cycles d'affaires tels que définis par Burns et Mitchell on peut prendre $p=8$ et $q=48$ (trimestres).

$$\text{Min} \int_{-\pi}^{\pi} |R(\omega) - R_K(\omega)|^2 d\omega \quad \text{sous contrainte } R_K(0) = 1$$

où $R_K(\omega)$ est la fonction de gain du filtre approximatif.

La fonction de perte mesure la perte totale causée par le passage du filtre idéal au filtre tronqué (filtre BK par la suite). La contrainte $R_K(0) = 1$ est nécessaire pour que la composante de fréquence nulle (constante) soit entièrement conservée. L'optimalité ici s'apprécie donc au sens de toutes les fréquences.

Les coefficients de ce filtre fini ne diffèrent de ceux du filtre idéal qu'à une constante près. Cette constante est nécessaire pour assurer que la somme des coefficients est bien nulle. Les coefficients du filtre tronqué $h_{j,K}^{BF}$ s'écrivent, dans le cas du filtre de basses fréquences $\underline{\omega}$:

$$h_{j,K}^{\underline{\omega}} = h_j^{\underline{\omega}} + \underline{\theta} \quad \text{pour } h=0,1,\dots,K \quad \text{avec } \underline{\theta} = \frac{\left(1 - \sum_{j=-K}^K h_j^{\underline{\omega}}\right)}{2K+1}$$

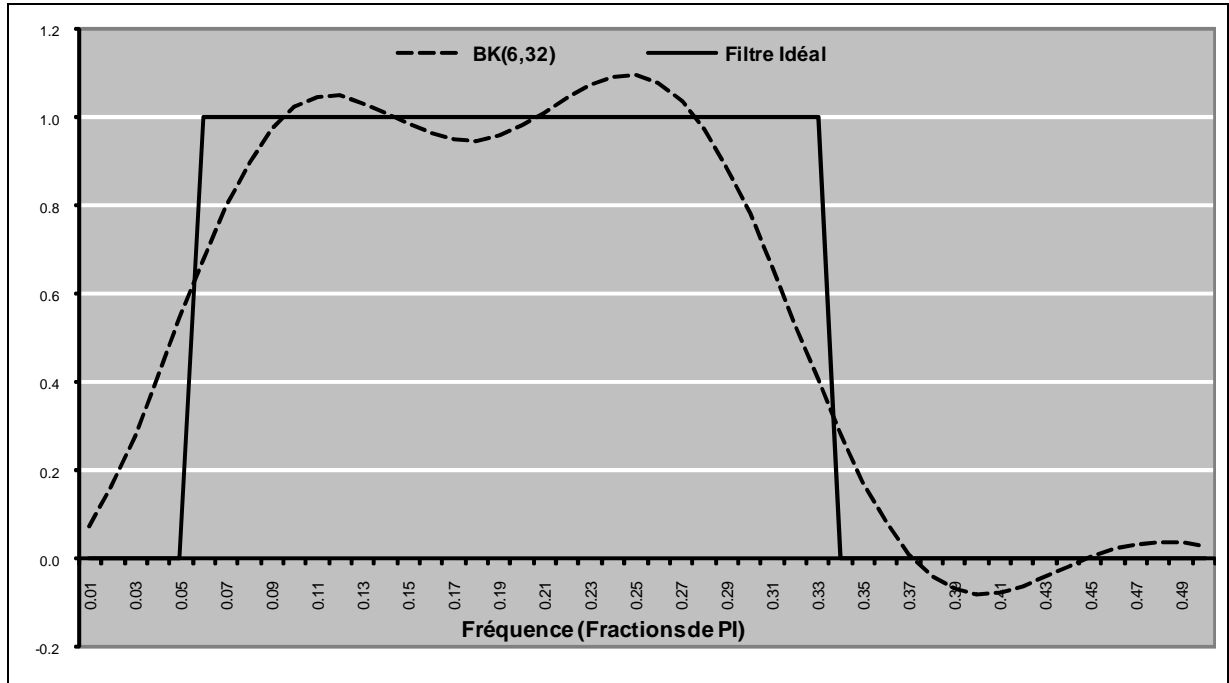
$$h_{j,K}^{\underline{\omega}} = 0 \quad \text{pour } h > K$$

Les coefficients du filtre passe-bande s'écrivent alors: $h_{j,K}^{BP} = h_{j,K}^{\bar{\omega}} - h_{j,K}^{\underline{\omega}}$

I.3.c./ Optimalité du filtre tronqué

Comme dans le cadre du filtre HP, nous représentons la fonction de gain du filtre passe-bande tronqué et celui du filtre passe-bande idéal à des fins de comparaisons (figure ii.). Contrairement au filtre HP, le filtre passe-bande ici présenté conserve les mouvements de périodicité allant de 6 à 32 trimestres, ce qui correspond, en termes de fréquence à l'intervalle $[0.06; 0.33]$.

Figure ii- Fonction de gain du filtre passe-bande pour données trimestrielles (BK(6;32))



L'approximation du filtre passe-bande idéal semble bien opérer dans une bande de fréquences définie. Cependant, le gain du filtre varie beaucoup à l'intérieur de la bande et tombe en dessous de 0.4 pour les fluctuations de périodicité légèrement supérieure à 6 trimestres: le cycle obtenu sous-estime donc ces périodicités. De plus, il incorpore une partie des mouvements de longue période. Pour les irréguliers, le filtre permet d'en éliminer une bonne partie.

Au delà de ces aspects relevés ici, ces filtres font l'objet d'un certain nombre de faiblesses que nous allons relever dans la section suivante.

I.4- LIMITES DES FILTRES

Les méthodes présentées précédemment se résument en une application des moyennes mobiles aux séries. Si l'utilisation des moyennes mobiles est largement répandue, des limites sont réelles:

La durée du cycle :

L'application des moyennes mobiles à une série en vue d'en extraire la tendance suppose qu'on connaît à priori la périodicité du cycle. Si le filtre BK tranche de manière claire sur ce point, il n'en est pas le cas du filtre HP. Dans le filtre HP, le cycle est supposé d'une durée maximale déterminée par le paramètre de lissage λ . Le filtre BK a donc l'avantage de permettre une certaine souplesse dans le choix de la durée du cycle à filtrer.

L'effet de Slutsky-Yule :

L'application d'une moyenne mobile à une série non cyclique - bruit blanc par exemple - peut engendrer des cycles fictifs: c'est l'effet de Slutsky-Yule. Cette limite est générale aux moyennes mobiles. Le résultat pour le filtre HP est bien établi: on lui reproche d'être vulnérable à cet effet. Cogley et Nason (1995) ont montré qu'appliqué à des séries persistant dans le temps, le filtre HP peut générer des cycles fictifs. Ils en arrivent à la conclusion que la description des faits stylisés dépend du filtre utilisé.

Les effets de phase et de gain :

On parle d'effet de phase lorsque l'application d'un filtre déplace les points de retournement et d'effet de gain lorsque celle-ci modifie le niveau de la série initiale. Une moyenne mobile peut induire ces deux effets. On pallie cette limite en recourant à une moyenne mobile symétrique (effet de phase) et dont la somme des coefficients vaut l'unité (effet de gains).

Le traitement des points terminaux par le filtre HP enregistre ces deux limites. En effet, le filtre applique à ces points une moyenne mobile non symétrique, ce qui introduit des déphasages au niveau de la composante cyclique. Ainsi, l'ajout de nouvelles observations est source de révisions parfois importantes pour les extrémités. Les fonctions de gain présentées dans la section précédente permettent de conclure que le filtre BK opère avec un meilleur gain que celui de Hodrick-Prescott.

Le filtrage de la composante irrégulière et de la composante cyclique. :

L'application d'une seule moyenne mobile longue permet d'extraire d'une série sa tendance. Le reste combine à la fois le cycle et l'irrégulier et il est nécessaire de recourir à d'autres techniques pour extraire le cycle.

Le cycle obtenu par le filtre HP n'est pas dépourvu d'irrégularités. Le filtre BP a l'avantage de les définir (périodicité inférieure à six trimestres) et de les éliminer en imposant à la fonction de gain d'être nulle à ces fréquences.

Les points terminaux :

Appliquer une moyenne mobile d'ordre $2K+1$ amène à perdre $2K$ observations aux extrémités. A moins de recourir aux techniques de prévision, ceci peut se révéler contraignant lorsqu'on ne dispose pas d'observations sur une longue période. Le filtre HP semble être irréprochable sur ce point puisqu'il filtre les points terminaux. Le filtre BK enregistre par contre une réelle limite lorsqu'il est utilisé à des fins de prévision réelle.

En effet, la perte des points terminaux conduit à prévoir la série avant de l'appliquer, ce qui pose le problème de la prévision. Il convient cependant de nuancer cet avantage du filtre HP puisque les points terminaux obtenus sont susceptibles de révisions ultérieures parfois importantes.

Tableau II. Résumé et comparaison des propriétés des filtres

| Limites | MM arithmétique $2K+1$ | Filtre de Hodrick-Prescott | Filtre de Baxter-King |
|---|--|---|---|
| Durée du cycle | Déterminée à priori par l'ordre de la MM | Le cycle peut correspondre à des mouvements de longue période non déterministe si λ est élevé. De plus, il conserve l'irrégulière | Variable sur l'intervalle [6,32] trimestres |
| Effet de Slutsky-Yule | oui | Oui | Oui |
| Effet de phase $\theta_i = \theta_{-i}$ | non | Oui pour les points terminaux car asymétrie des coefficients du filtre | Non |
| Effet de gain $\sum_i \theta_i = 1$ | non | Oui pour les points terminaux | Non |
| Points terminaux | non | Oui | Non |

Le tableau ci-dessus reproduit quelques propriétés des deux filtres retenus ici. Afin de mieux les mettre en évidence, nous les avons mises en regard d'une moyenne mobile arithmétique. Si le filtre de Hodrick-Prescott semble produire des cycles moins pertinents, il a l'avantage de proposer une approximation des composantes même pour les points terminaux, ce qui est très utile lorsqu'on se livre à des exercices de prévision.

I.5- LA DATATION DES CYCLES

La datation des cycles économiques est un exercice délicat qui nécessite du praticien une bonne connaissance de l'économie considérée. Il est nécessaire de discerner les points de retournement des variations accidentelles et le choix n'est toujours pas évident. Même au sein du NBER qui a une très longue tradition en la matière, le comité de datation ne conclut à un point de retournement qu'au moins six mois après avoir constaté le déclin de l'activité³.

La plupart des méthodes d'identification reposent sur l'algorithme de datation proposée par Bry et Boschan en 1971⁴. Cet algorithme a été conçu initialement pour les données mensuelles et était adapté aux séries macroéconomiques américaines. Certains travaux qui se livrent à des exercices de datation l'adaptent toujours aux données utilisées. Dans certains documents de travail du FMI sur les matières premières⁵, la durée minimale des phases a été portée à douze mois afin de prendre en compte la périodicité des récoltes. Nous en proposons ici en trois étapes une adaptation aux données trimestrielles:

Identification des points de retournement :

La première étape consiste à dater les pics et les creux de la série cyclique. Un pic est défini comme étant l'observation de la date t qui vérifie $x_t \geq x_{t \pm k}$, $k=2$. Le creux est défini de façon symétrique comme étant l'observation à la date t qui vérifie $x_t \leq x_{t \pm k}$.

Alternance des pics et des creux :

Cette étape vise à assurer l'alternance des pics et des creux. Dans ce document, les cycles sont définis comme simples écart à la tendance. Il est donc possible à la première étape on ait daté des pics qui surviennent lorsque l'activité est en dessous de son niveau potentiel ou inversement pour les creux. Dans un premier temps on supprime de tels points de retournement. On s'assure ensuite de l'alternance des pics et des creux. Si deux pics (creux) se succèdent, on élimine l'un d'eux et on retient comme pic (creux) le plus grand (petit) des deux.

Durée des phases :

On applique ensuite un certain nombre de règles de censure qui permettent de dater définitivement les points de retournement de l'agrégat:

- On s'assure que les phases ont une durée minimale de deux trimestres et les cycles (intervalle de pic à pic et de creux à creux) s'étalent sur au moins cinq trimestres ;
- On supprime les points de retournement qui surviennent à moins de deux trimestres du début et de la fin de l'échantillon ;
- Pour les observations des extrémités, on élimine les pics et les creux qui sont moins élevés ou moins bas que les valeurs proches de la fin de l'échantillon.

³ NBER (2001) "The NBER's Recession Dating Procedure". - Business Cycles Dating Committee. - NBER, October 2001.

⁴ Bry, G Boschan, C- Cyclical analysis of time series: selected procedures and computer programs- National Bureau of Economic Research - New York, 1971.

⁵ Voir par exemple: CASHIN, McDermott, SCOTT (1999) "Booms and slumps in world commodity prices", IMF Working Paper N°99/155.

II. Application

Dans cette application, on retient la série du nombre de passagers du transport aérien. Cette série est trimestrielle et date du premier trimestre 1998 au premier trimestre 2010. Avant de procéder à la décomposition tendance-cycle, on désaisonnalise d'abord la série pour que la saisonnalité ne soit pas prise en compte par l'irrégulier. Le logiciel adopté est « Eviews ».

II.1 Filtre de HODRICK-PRESCOTT

Comme il a été signalé ci-dessus, ce filtre consiste à déterminer la tendance de la série x_t en minimisant l'expression suivante :

$$\sum_{t=1}^T (x_t - x_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} [(x_{t+1}^* - x_t^*) - (x_t^* - x_{t-1}^*)]^2$$

Le premier terme mesure une distance entre la série et la tendance recherchée. Le deuxième terme dépend des différences secondes de cette tendance. Il est d'autant plus petit que la tendance est proche d'une droite. Le coefficient λ permet de régler l'importance relative des deux termes. S'il est petit, la tendance s'éloigne peu de la série, et peut donc fluctuer beaucoup. S'il est grand, la tendance fluctue moins, mais peut s'écarter de la série. Pour le cas des données trimestrielles, une valeur moyenne de 1600 est souvent retenue. Cette méthode fournit un calcul de la tendance jusqu'aux dates extrêmes. On obtient un filtre linéaire spécifique pour chaque observation, c'est-à-dire pour chaque date de la série initiale. Appliqué à notre série, le filtre HP nous livre les séries filtrées, tendance et cycle qui vont de 1998q1 à 2001q1. La tendance est une série lisse qui tend vers la hausse, alors que la composante cyclique est difficile à appréhender puisqu'elle contient toujours de l'irrégulier.

Figure iii- Filtre HP

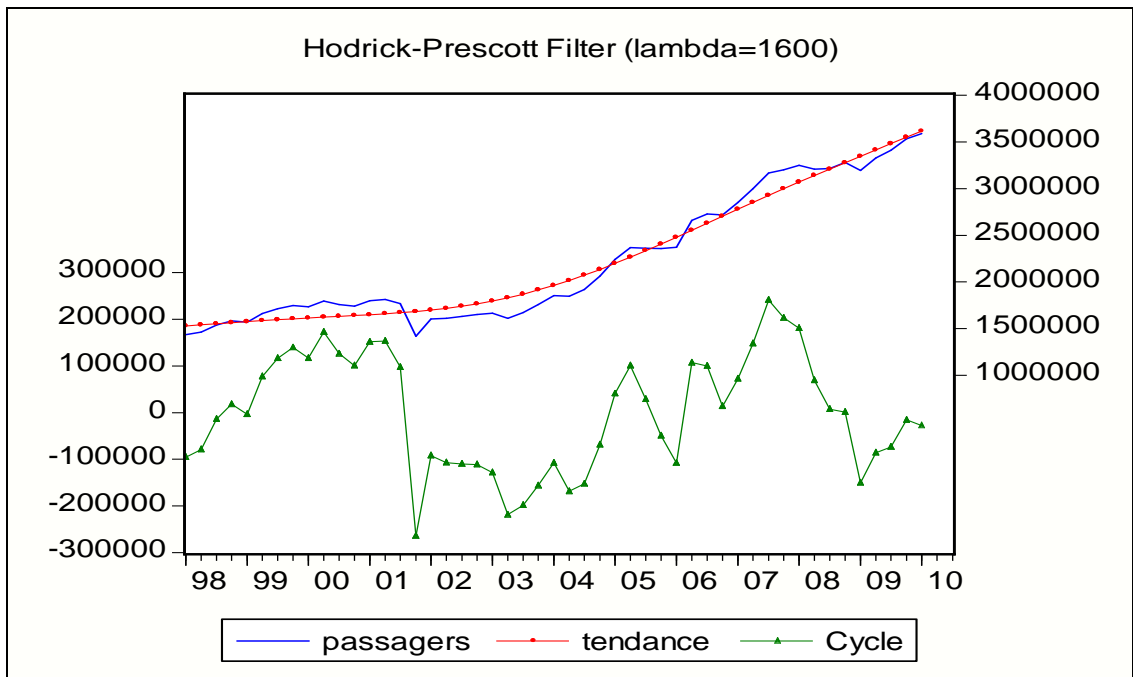
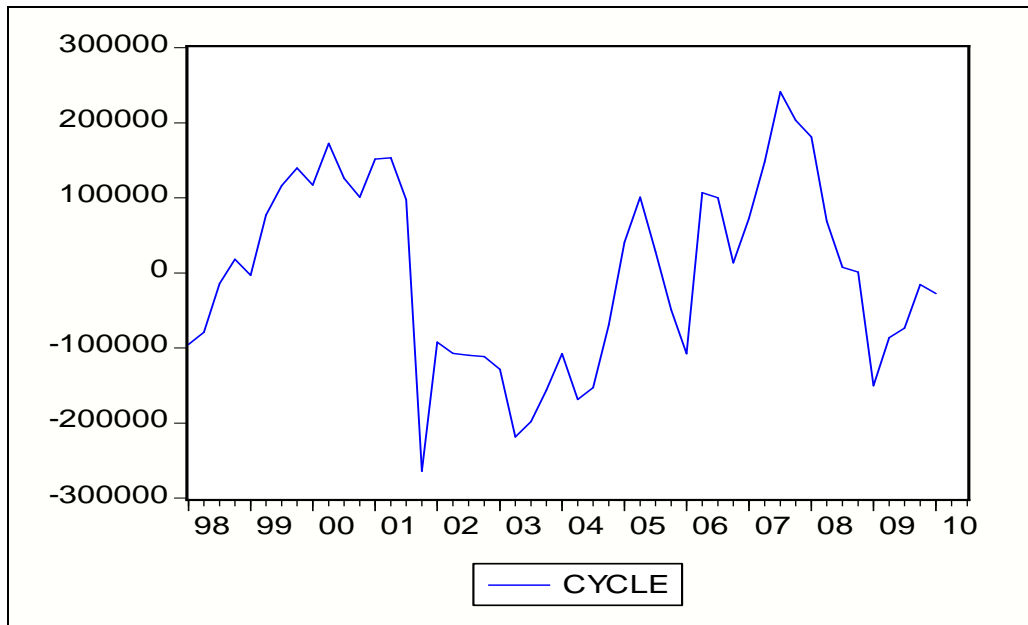
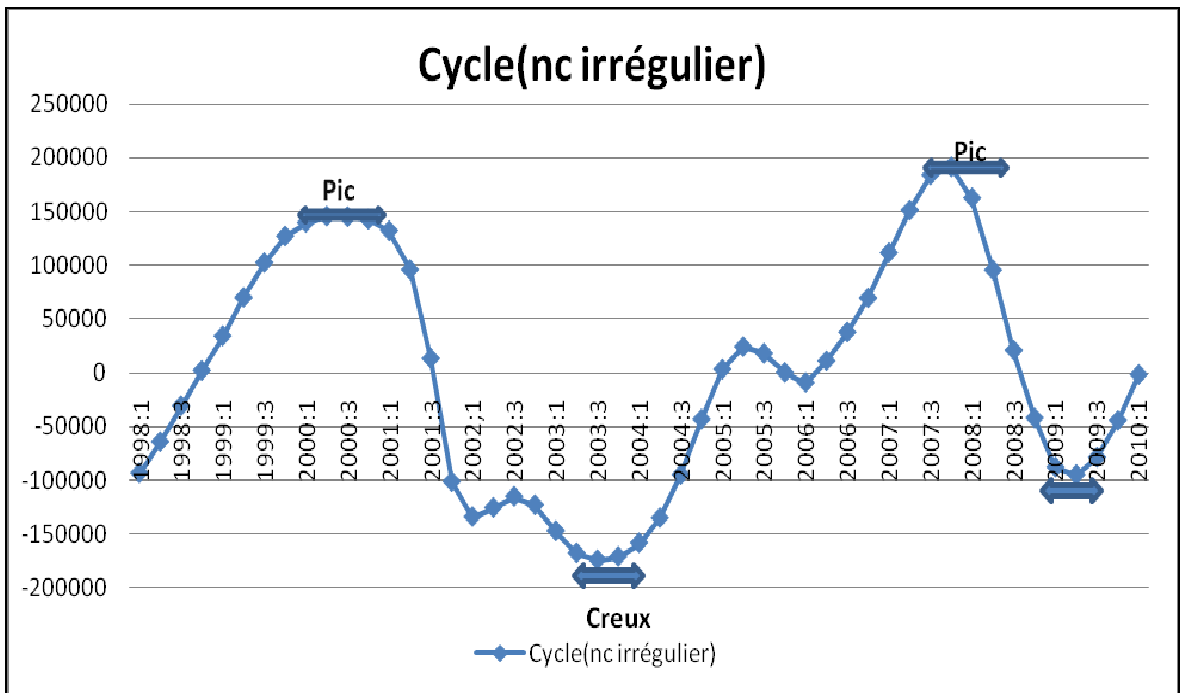


Figure iv- Composante cyclique du filtre HP



Pour isoler la partie irrégulière du cycle, on procède par le même filtre (HP), mais cette fois on retient un λ égal à 1. Ce nouveau paramètre permet d'extraire la partie irrégulière du cycle. Le graphe ci-dessous présente le cycle retenu. On a affaire à deux pics (2000q2 et 2007q4) et un creux (2003q3). On a aussi un point de retournement au deuxième trimestre 2009. Si on mesure la durée du cycle par l'intervalle de pic à pic, on peut dire que sur la période étudiée, on dispose d'un cycle de 30 trimestres.

Figure v- Composante cyclique (nc irrégulier)

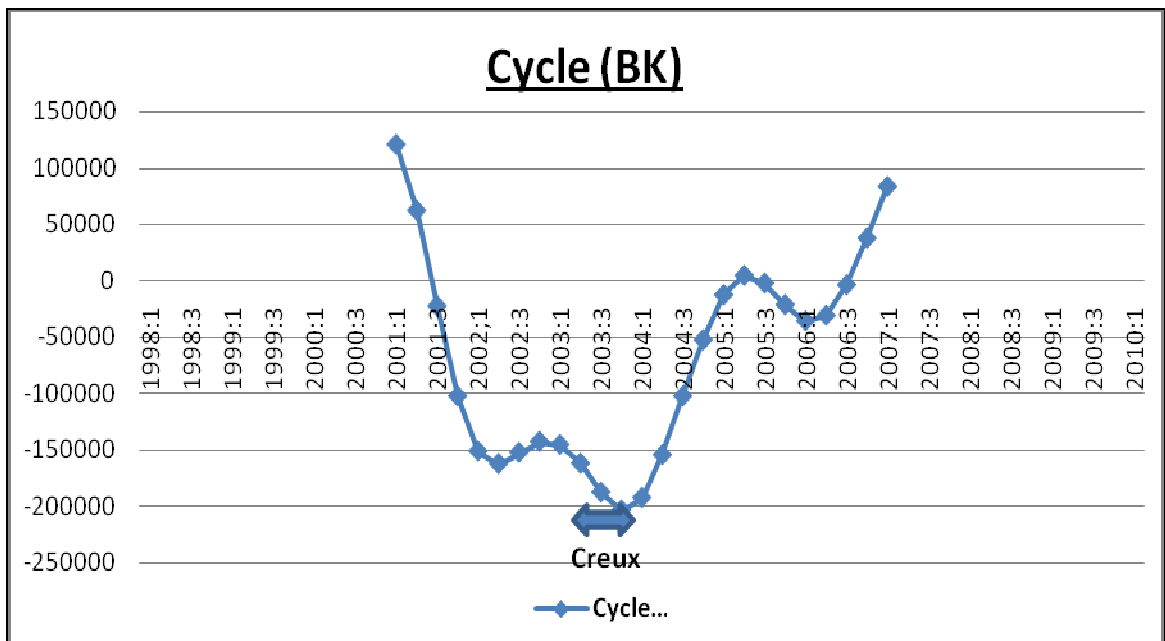


II.2 Filtre de BAXTER-KING

Baxter et King ont montré que la meilleure approximation du filtre est fournie par une moyenne mobile symétrique d'ordre k , comportant donc $2k+1$ termes, à condition de ramener la somme des coefficients à 1, bien entendu, la précision du filtre fini croît avec le nombre de termes, mais elle perd k points à chaque extrémité de la série. En données trimestrielles, Baxter et King préconisent de retenir $k=12$, soit un filtre symétrique à 25 termes, ce qui conduit à perdre 12 trimestres à chaque extrémité de la série.

Appliqué à notre série, le filtre nous livre une série de 6 ans. Un tel résultat ne permet pas d'analyser. En effet, on ne dispose pas ici d'un cycle, mais seulement d'un creux en 2003q4.

Figure vi- Filtre BK



II.3 Comparaison des deux filtres

Pour notre cas, la longueur de la série reste insuffisante pour pouvoir comparer les résultats des deux filtres. Cependant, il convient comme même de noter les remarques suivantes :

- L'utilisation du filtre BK conduit à la perte des observations sur plus de 6 ans. Il est donc logique qu'on obtienne moins de cycles qu'avec le filtre HP.
- Du fait qu'il incorpore les mouvements de très haute fréquence, le cycle obtenu à partir du filtre HP présente des fluctuations plus volatiles et plus de points de retournement que le filtre BK.
- Le creux obtenu par le filtre HP est décalé d'environ un trimestre de celui obtenu par le filtre BK.