Direction des Etudes et Synthèses Economiques
Département des Comptes Nationaux
Division des Comptes Trimestriels

INSEE
DIRECTION GÉNÉRALE
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

Aux utilisateurs des comptes trimestriels

Malakoff, le 14 mai 2007

N° 20/DG75-G430 /GM

MÉTHODOLOGIE DES VOLUMES EN PRIX CHAÎNÉS

Jusqu'à présent, les volumes des comptes trimestriels étaient présentés à prix constants de l'année de base (en l'occurrence, l'année 2000). Dans un souci d'harmonisation européenne visant à améliorer les calculs, les volumes des comptes trimestriels seront présentés aux prix de l'année précédente chaînés à compter de la première estimation des comptes du premier trimestre de 2007 (publiés le 15 mai 2007). Ce mode de présentation était déjà retenu pour les comptes annuels. Ainsi, le changement de calcul des comptes trimestriels permettra de comparer les volumes des comptes trimestriels et des comptes annuels[1].

La présente note méthodologique vise à exposer les propriétés de ces nouveaux volumes à prix chaînés, ainsi que les calculs sous-jacents.

[1]La seule différence qui subsiste entre les deux publications tient au fait que les comptes trimestriels sont toujours publiés corrigés des jours ouvrables (CJO), alors que les comptes annuels correspondent aux données brutes non corrigées.

TIMBRE DG75-G430 - 15 bd Gabriel Péri - BP100 - 92244 MALAKOFF CEDEX - FRANCE - www.insee.fr
Tél. standard : 01.41.17.50.50 - N° SIRET : 120 027 016 00019 - Code APE : 751A - Service Insee Contact : 0 825 889 452 - (0,15 euro/mn)

Volumes en prix constants de l'année de base ou au prix de l'année précédente

Les volumes des comptes trimestriels étaient jusqu'à présent calculés à prix constants de l'année de base. Ce mode de calcul permet de réaliser sans difficulté tous les types de calculs, car il permet de conserver pour n'importe quel agrégat considéré les propriétés d'additivité et les égalités comptables existant sur les séries élémentaires. Par exemple : si l'on dispose des volumes de consommation en tous biens d'une part et en tous services d'autre part, le volume total de la consommation est directement calculable par somme, sans avoir à repartir des séries fines par produits ; ou encore : en volume, l'égalité comptable entre la somme des différents éléments de l'offre (production, importations) et de la demande (consommation, investissement, exportations, variations de stocks) est directement respectée. Cette conservation de toutes les égalités comptables en volume, quel que soit le niveau d'agrégation considéré, explique en particulier que ce mode de calcul des agrégats en volume soit généralement privilégié pour la modélisation macro-économique.

Cependant, l'estimation des agrégats en volume à prix constants présente l'inconvénient de fournir des évaluations qui peuvent ne refléter qu'imparfaitement la réalité économique sous-jacente, ce, en général, d'autant plus que l'on s'éloigne de l'année de base (2000 actuellement). En effet, alors que le poids relatif de chaque produit dans un agrégat en volume dépend de la structure des prix des produits observée lors de l'année de base, cette structure peut évoluer sensiblement au cours du temps. Par exemple, pour ce qui concerne la consommation des ménages, le poids affecté aux produits « high tech » dans l'agrégat total en volume estimé en 2006 sur la série à prix constants de base 2000 est un peu trop important, car il « date » un peu, compte tenu de la baisse tendancielle de leurs prix par rapport à celui des autres produits ; la croissance du volume de la consommation totale à prix constants s'en trouve quelque peu surévaluée.

Le chaînage : avantages et inconvénients

Dans ces conditions, un calcul fournissant une description plus fidèle des évolutions économiques consiste à agréger les volumes élémentaires en retenant la structure de prix la plus récente possible, à savoir celle de l'année précédente. Le niveau général des prix changeant chaque année du fait de l'inflation, les niveaux successifs des volumes aux prix de l'année précédente ne sont alors plus comparables entre eux. C'est pourquoi, pour disposer de séries longues en volume, on est alors conduit à reconstituer des séries en partant d'un niveau de référence correspondant à l'agrégat de l'année de base, puis en chaînant les indices de croissance.

Cependant, cette opération de chaînage conduit à la perte de la propriété d'additivité des séries élémentaires.

Ainsi, pondérée aux prix de l'année précédente, la croissance du volume de la dépense de consommation des ménages (CJO) ressort en 2006 à 2,3%, au lieu de 2,8% aux prix de l'année 2000, car le poids affecté au dynamisme des produits « high tech » (relatif au système de prix de 2005) se trouve réduit. En outre, le volume de consommation totale, obtenu par chaînage des taux de croissance annuels successifs, n'est plus égal à la somme du volume de consommation en produits « high tech » et de celui en autres produits, obtenus par chaînage également.

De même, contrairement au cas des séries historiques à prix constant, l'égalité classique entre la somme des ressources de l'économie (PIB et importations) et la somme des emplois finaux (consommation finale, investissement, exportations et variations de stocks) n'est plus vérifiée.

Au final, on peut résumer les avantages et inconvénients des différents modes de calculs des agrégats en volume par le tableau suivant :

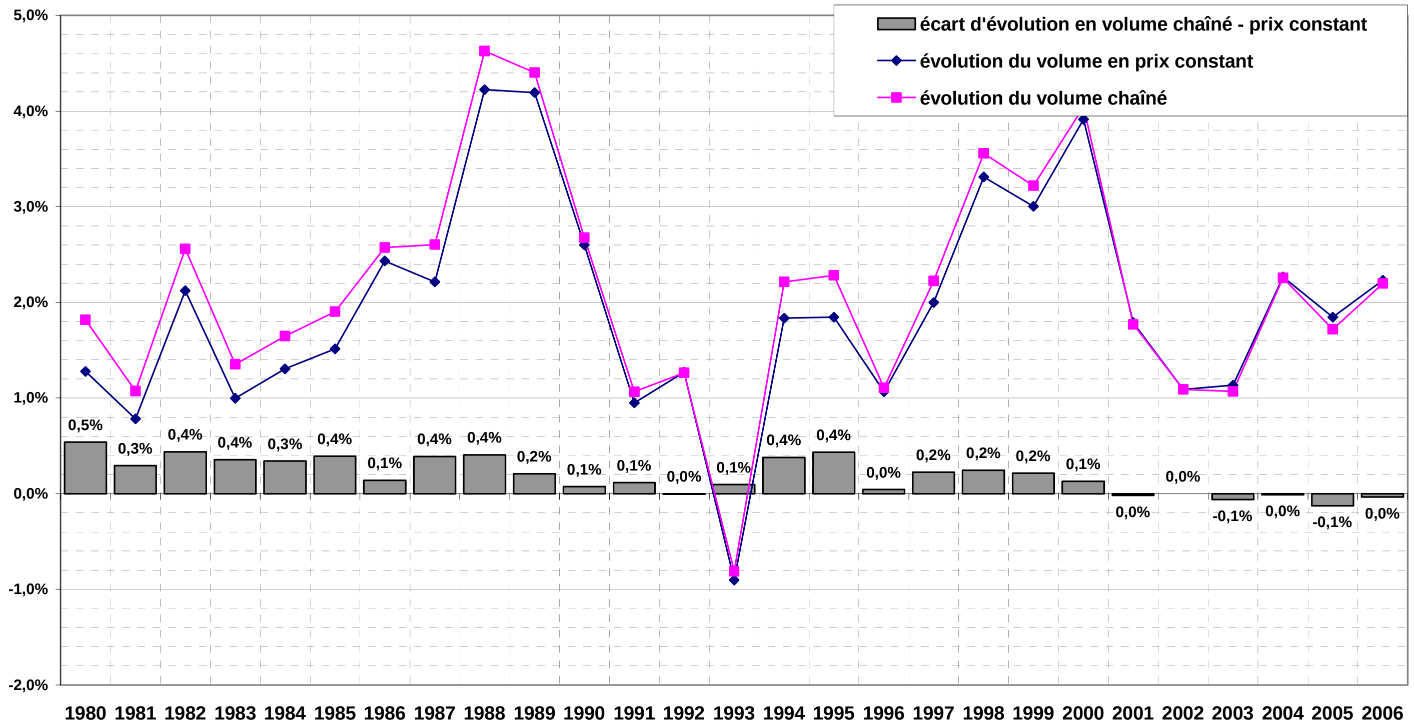
Inconvénients		Avantages
Croissance des l'agrégats économiquement moins pertinente, car potentiellement perturbée en cas de fortes évolutions de prix relatifs sur certains produits élémentaires	**Volumes en prix constant de l'année de base**	Additivité des séries élémentaires, permettant de reconstituer facilement les agrégats et de conserver les égalités comptables au niveau agrégé, particulièrement propice à la modélisation macroéconomique
Perte de la propriété d'additivité des séries élémentaires	**Volumes au prix de l'année précédente chaînés**	Croissance des agrégats économiquement plus pertinente, car fondée sur une structure de prix par produits révisée chaque année

Quelques résultats sur l'écart entre les deux modes de calcul des agrégats en volume

Au final, évaluer les volumes des comptes en prix chaînés constitue a priori une amélioration de la mesure des agrégats comptables. Dans les faits, cependant, cette amélioration conduit à une modification souvent marginale des taux de croissance des séries historiques. En particulier, la description des cycles économiques s'en trouve préservée, tant en rythme annuel qu'en rythme trimestriel.

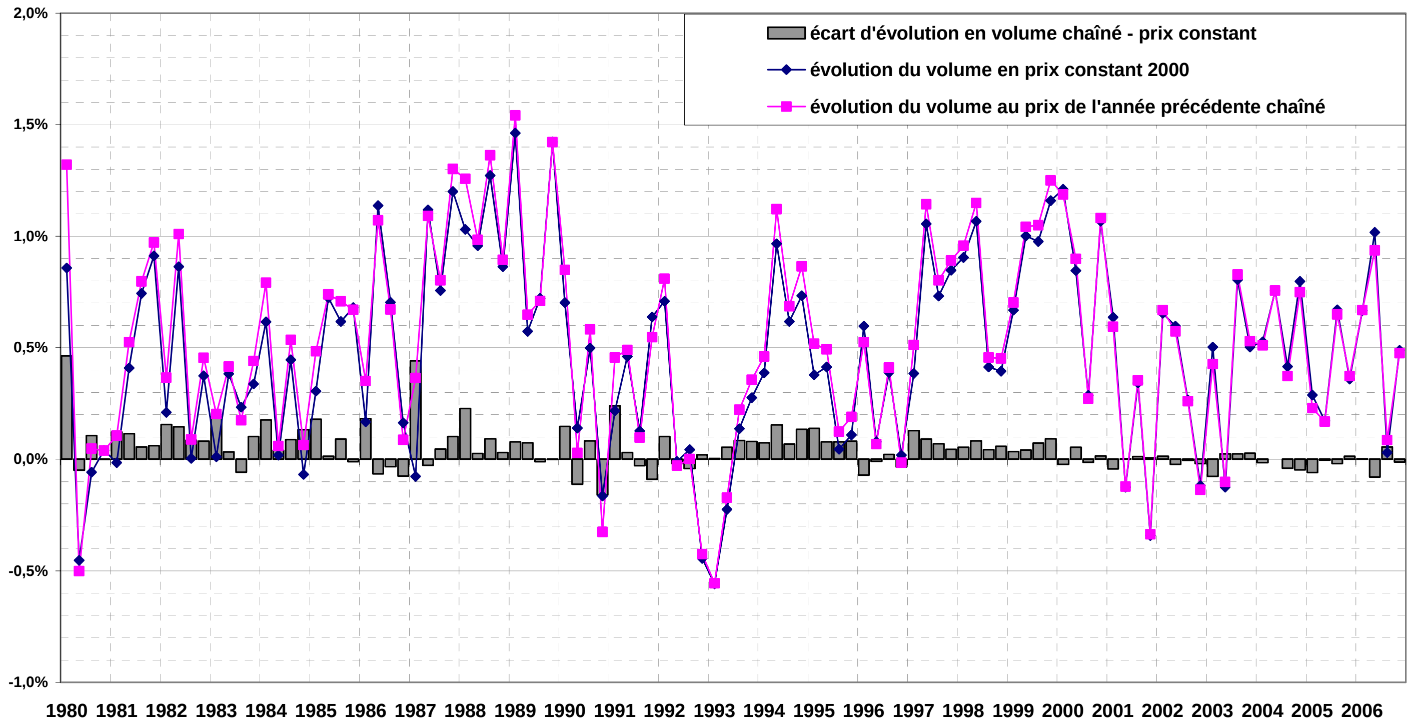
Produit intérieur brut (corrigé des jours ouvrables)

DIFFERENCE D'EVOLUTIONS ANNUELLES



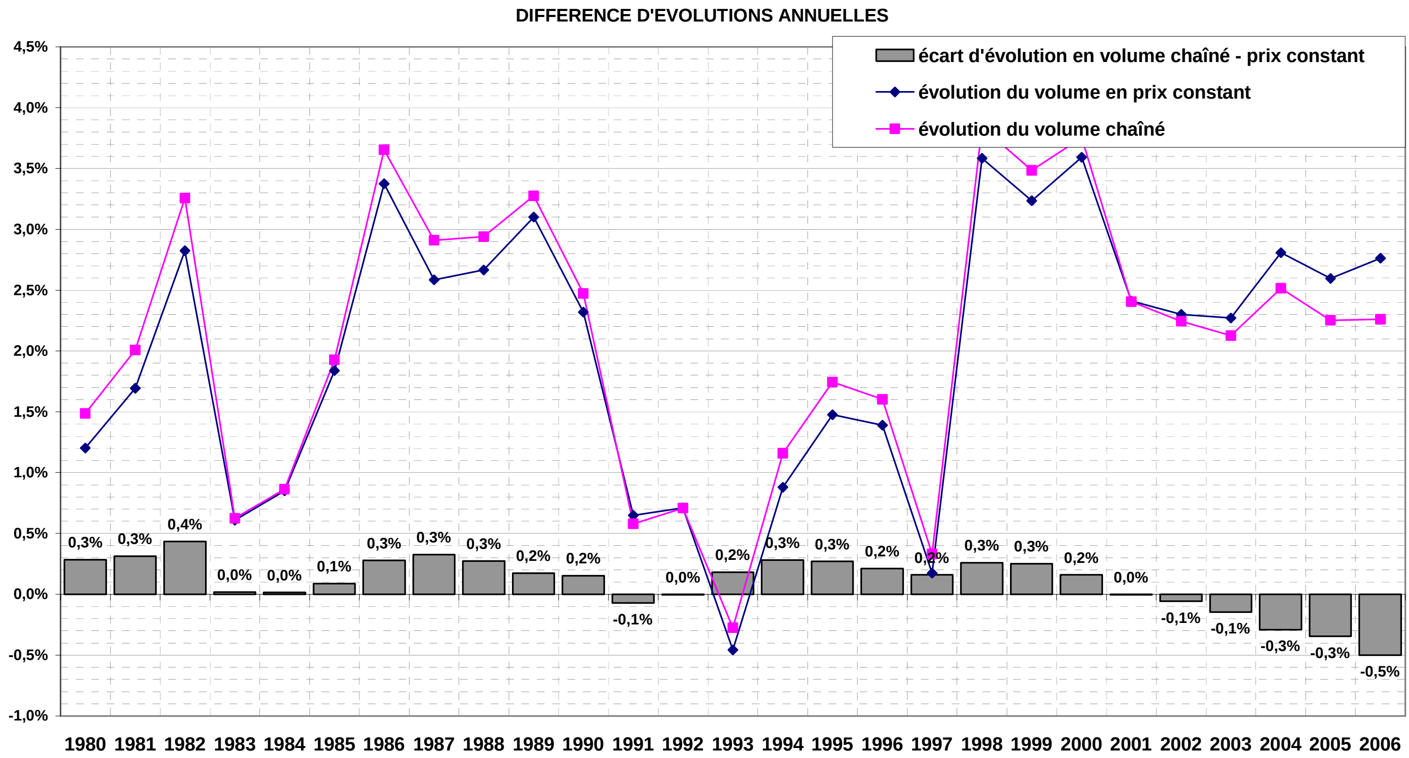
L'écart maximal absolu atteint est de 0,5%. L'écart absolu moyen ressort à 0,2% sur la période.

DIFFERENCE D'EVOLUTIONS TRIMESTRIELLES

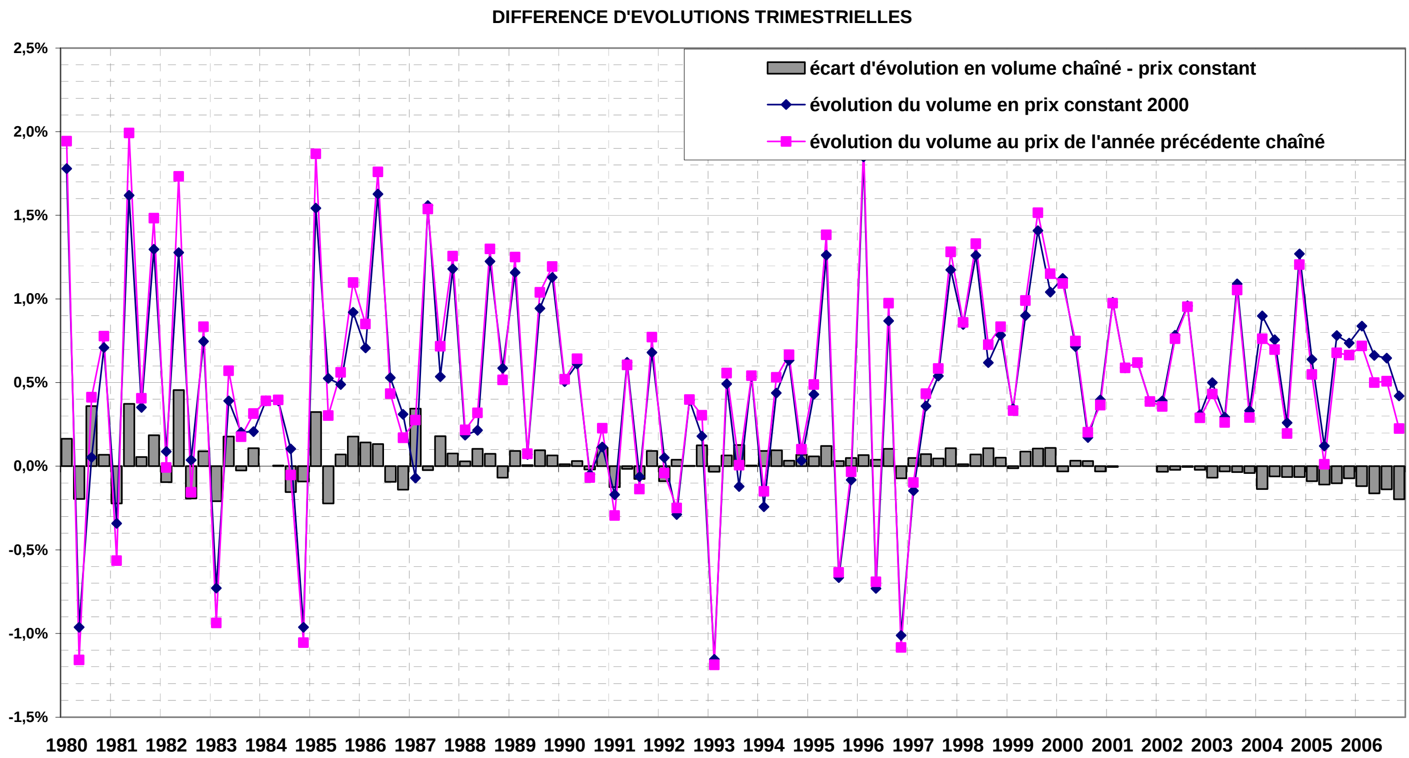


En trimestriel, l'écart maximal absolu atteint est de 0,5%. L'écart absolu moyen ressort à 0,1%.

Dépense de consommation des ménages (corrigée des jours ouvrables)



L'écart maximal absolu atteint est de 0,5%. L'écart absolu moyen ressort à 0,2% sur la période.



En trimestriel, l'écart maximal absolu atteint est de 0,5%. L'écart absolu moyen ressort à 0,1%.

Des comptes annuels aux comptes trimestriels

Alors que la technique de chaînage est sans ambiguïté s'agissant des comptes annuels, cela n'est malheureusement plus le cas lorsque l'on s'intéresse aux comptes trimestriels. En effet, il existe a priori quatre principales techniques de chaînage.

Si l'on cherchait à calquer le principe de calcul des séries trimestrielles en volume à prix chaînés sur celui appliqué pour les comptes annuels, on serait conduit à estimer chaque trimestre un agrégat aux prix du trimestre précédent (technique dite du chaînage à maillon trimestriel). Cependant, cette méthode pose deux difficultés : d'une part, les quatre volumes trimestriels, calculés de façon non homogène, ne pourraient pas être sommés directement pour obtenir l'agrégat annuel ; d'autre part, les mouvements infra-annuels de certains prix risqueraient d'occasionner des évolutions heurtées d'un trimestre à l'autre, dont l'interprétation serait très délicate. Bien qu'un choix de ce type ait été retenu aux États-Unis[2], il a clairement été écarté au niveau européen.

Une autre technique est elle aussi rejetée par Eurostat, car susceptible de conduire à des évolutions très heurtées. Il s'agit de la technique dite du recouvrement en glissement annuel (« over-the-year overlap ») ; elle est une variante du recouvrement trimestriel, consistant à calculer le volume de chaque trimestre sur la base du système de prix du même trimestre de l'année précédente.

Deux autres techniques sont en revanche recommandées par Eurostat.

Le recouvrement annuel (« annual overlap »)

La technique du recouvrement annuel (« annual overlap ») consiste à calculer le volume de chaque trimestre au prix moyen de l'année précédente et à chaîner sur la base des comptes annuels. Elle présente deux avantages et un inconvénient.

- On peut directement sommer les niveaux des quatre trimestres de l'année A car ceux-ci sont évalués de façon homogène (avec le même système de prix) : on préserve ainsi l'additivité des trimestres dans l'année.

- Les maillons de chaînage des séries trimestrielles étant les mêmes que ceux des comptes annuels, la cohérence entre comptes trimestriels et comptes annuels est directement assurée sur l'ensemble de la période. Le calcul de l'acquis de croissance en cours d'année, très utilisé pour l'analyse conjoncturelle, est lui aussi préservé.

- L'interprétation conjoncturelle de la croissance en volume du premier trimestre d'une année sur le quatrième trimestre de l'année précédente est délicate car elle prend en compte le changement de système de prix de référence : le volume du premier trimestre de l'année A est calculé sur la structure de prix de l'année A-1, tandis que le volume du quatrième trimestre de l'année A-1 est calculé sur la structure de prix de l'année A-2

Le recouvrement trimestriel (« one quarter overlap »)

La technique du recouvrement trimestriel (« quarterly overlap ») consiste là aussi à calculer le volume de chaque trimestre d'une année au prix moyen de l'année précédente, mais à chaîner le premier trimestre de l'année A sur la base du volume du quatrième trimestre de

---

[2] Avec des indices de Fisher qui lissent un peu les évolutions.

l'année A-1 évalué cette fois au prix moyen de l'année A-1 (et non de l'année A-2 comme dans la technique de recouvrement annuel). Elle présente là encore deux avantages et un inconvénient :

- Comme dans la technique de recouvrement annuel, l'additivité des niveaux des quatre trimestres de l'année est préservée, puisqu'ils sont calculés sur la base du même système de prix.

- La croissance du premier trimestre de chaque année n'est pas entachée par l'impact d'un changement de structure de prix et est de ce fait directement interprétable d'un point de vue conjoncturel.

- En revanche, les maillons n'étant plus les mêmes que ceux des comptes annuels, la croissance annualisée spontanément obtenue par cette technique sur un agrégat donné n'est plus cohérente avec la croissance de ce même agrégat fournie parles comptes annuels. En particulier, de ce fait, on ne peut plus spontanément calculer un acquis de croissance en cours d'année. Si l'on veut remettre en cohérence les comptes trimestriels annualisés et les comptes annuels, il faut alors procéder a posteriori à une ultime opération de recalage, ce qui conduit à rendre plus opaque la détermination finale des agrégats trimestriels.

Comme le montre le tableau ci-dessous, la grande majorité des pays européens a opté (comme Eurostat pour ses propres agrégats européens) pour le recouvrement annuel. C'est également cette méthode que l'INSEE a décidé de retenir. En effet, l'impact du changement de structure de prix sur l'évaluation de la croissance lors de chaque premier trimestre (soit a priori le principal inconvénient de cette méthode) s'avère très faible en pratique.

En Europe, seuls trois pays ont opté pour le recouvrement trimestriel (le Royaume Uni, le Danemark, et l'Autriche). En outre, quatre autres pays (les Pays-Bas, la Suède, Malte et la Bulgarie) ont opté pour le moment pour la technique du recouvrement en glissement annuel (« over-the-year overlap »), alors même qu'elle est déconseillée par Eurostat. Les Pays-Bas et la Suède envisagent néanmoins de modifier leur technique de chaînage pour revenir à l'une des deux techniques recommandées.

Choix de méthode de chaînage dans l'Union européenne (source Eurostat - fin 2006)

	Annual National Accounts (ANA) Quarterly National Accounts (QNA)	Quarterly Inking technique	Reference year
EU	Already providing	Annual Overlap	2000
Belgium	Already providing	Annual Overlap	2004
Czech Republic	Already providing	Annual Overlap	2000
Denmark	Already providing	One quarter overlap	2000
Germany	Already providing	Annual Overlap	2000
Estonia	December 2007		Base 2000
Greece	ANA Already providing QNA June 2007		2000
Spain	Already providing	Annual Overlap	2000
France	ANA Already providing QNA by June 2007	---	2000
Ireland	Already providing	Annual Overlap	2004
Italy	Already providing	Annual Overlap	2000
Cyprus	2006		
Latvia	2007		
Lithuania	Already providing	Annual Overlap	2000
Luxembourg	Already providing	Annual Overlap	2000
Hungary	Already providing	Annual Overlap	2000
Malta	Already providing	Over-the-year	2000
Netherlands	Already providing	Over-the-year	2000
Austria	Already providing	One quarter overlap	2000
Poland	Already providing	Annual Overlap	2000
Portugal	Already providing		2000
Slovenia	Already providing	Annual Overlap	1995
Slovakia	2007		Base 2000
Finland	Already providing	Annual Overlap	2000
Sweden	Already providing	Over-the-year	2000
United Kingdom	Already providing	One quarter overlap	2004
Switzerland	Already providing	Annual Overlap	
Norway	Already providing	Annual Overlap	2004
Iceland	Already providing	Annual Overlap	2000
Bulgaria	Already providing	Over-the-year	
Croatia	ANA Already providing		
Romania	ANA Already providing		
Turkey	Already providing		

Le lecteur trouvera en annexe ci-dessous un formulaire de calcul permettant de passer des volumes en prix constant aux volumes en prix chaînés et vice - versa, donc de bien comprendre les écarts entre prix chaînés et prix constants.

ANNEXE : FORMULAIRE DE CALCUL

Notations

- Les **minuscules** désignent des séries élémentaires, les **majuscules** désignent des séries obtenues par agrégation de séries élémentaires.

- ***val*** désigne la valeur, ***volvo*** le volume au prix de l'année précédente, ***volch*** le volume à prix chaînés, ***volpc*** le volume à prix constant ; ***vol*** désigne le volume lorsque prix chaînés et prix constant coïncident.

- $\boldsymbol{Wval_{A-1}}$ désigne le système de poids dérivé des valeurs de l'année *A*-1 ; $\boldsymbol{Wvol_{A-1}}$ désigne le système de poids dérivé des volumes -à prix constant- de l'année *A*-1.

Pour les séries annuelles

Au niveau d'une série élémentaire, prix chaînés et prix constants sont égaux

En annuel, les volumes chaînés et en prix constants d'une série élémentaire sont égaux. Cela se démontre par récurrence à partir de l'année de base (ici 00) où les deux volumes sont égaux (à la valeur), et vu que les indices de volume annuels sont tous égaux :

$$\frac{volch_A}{volch_{A-1}} = \frac{volvo_A}{val_{A-1}} = \frac{volpc_A}{volpc_{A-1}} \text{ et } volch_{00} = val_{00} = volpc_{00}$$

Donc :

$$\boxed{volch_A = volpc_A = vol_A = p_{00}q_A}$$

Le lien avec les volumes au prix de l'année précédente est le suivant :

$$\boxed{volvo_A = vol_A \times \frac{val_{A-1}}{vol_{A-1}} = vol_A \times \frac{p_{A-1}}{p_{00}}}$$

Ainsi, l'écart entre les volumes élémentaires au prix de l'année précédente d'une part et chaîné ou à prix constant d'autre part résulte de la dérive historique des prix entre l'année de base et l'année précédente.

Au niveau d'une série agrégée, il y a un écart lié à des pondérations différentes

On en déduit la formule liant un indice de volume agrégé aux indices de volume élémentaires :

$$\frac{VOLCH_A}{VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}} = \frac{\sum volvo_A}{VAL_{A-1}} = \sum Wval_{A-1} \times \frac{volvo_A}{val_{A-1}} = \sum Wval_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}}$$

De même :

$$\frac{VOLPC_A}{VOLPC_{A-1}} = \frac{\sum volpc_A}{VOLPC_{A-1}} = \sum Wvolpc_{A-1} \times \frac{volpc_A}{volpc_{A-1}} = \sum Wvolpc_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}}$$

Ainsi :

$$\boxed{\frac{VOLCH_A}{VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}} = \sum Wval_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}} \neq \sum Wvolpc_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}} = \frac{VOLPC_A}{VOLPC_{A-1}}}$$

L'écart entre le deux indices de volume (et donc taux de croissance) provient donc uniquement de l'écart entre les pondérations des indices élémentaires qui sont égaux. Or ces pondérations n'ont en général aucune raison d'être égales. En effet, les valeurs et volumes élémentaires de l'année A-1 qui composent des pondérations diffèrent par un facteur qui n'est autre que la dérive des prix de l'année A-1 par rapport à l'année de base 00 :

$$\frac{val_{A-1}}{volpc_{A-1}} = \frac{p_{A-1}q_{A-1}}{p_{00}q_{A-1}} = \frac{p_{A-1}}{p_{00}}$$

Ainsi, pour que les indices de volume agrégés des prix chaînés et des prix constants soient égaux, il faut soit que A-1=00 (c'est-à-dire que l'année considérée soit l'année 01 qui suit l'année de référence), soit que les prix de toutes les variétés élémentaires évoluent du même rapport entre l'année A-1 et l'année de base (ce qui en pratique n'arrive pas).

Pour les séries trimestrielles

Au niveau d'une série élémentaire, les prix chaînés et les prix constants sont toujours égaux

On construit au départ des indices de trimestres en rapportant le niveau du trimestre au niveau de l'année précédente le plus adéquat :

$$\boxed{volch_t / volch_{A-1} = volvo_t / val_{A-1} = volpc_t / volpc_{A-1}}$$

Cette formule a plusieurs conséquences.

- o Les volumes élémentaires trimestriels en prix chaînés et en prix constants sont égaux puisque les volumes correspondants annuels sont égaux :

$$\boxed{volch_A = volpc_A = vol_A \ et \ volch_t / volch_{A-1} = volpc_t / volpc_{A-1} \ donc \ volch_t = volpc_t = vol_t}$$

Le lien avec les volumes au prix de l'année précédente est le suivant :

$$\boxed{volvo_t = vol_t \times \frac{val_{A-1}}{vol_{A-1}} = vol_t \times \frac{p_{A-1}}{p_{00}}}$$

Ainsi, l'écart entre les volumes élémentaires trimestriels au prix de l'année précédente d'une part et chaîné ou à prix constant d'autre part résulte de la dérive historique des prix entre l'année de base et l'année précédente. On retrouve exactement la même formule qu'en annuel. Au passage, ceci signifie que les taux de croissance trimestriels des volumes élémentaires au prix de l'année précédente coïncident avec les taux de croissance mesurés aussi bien en prix chaînés qu'en prix constant pour les deuxième, troisième et quatrième trimestres de l'année. En revanche, un terme correctif, qui traduit la dérive des prix annuels entre deux années consécutives, s'introduit pour ce qui concerne le premier trimestre :

Pour t = 2, 3 ou 4 : $\frac{volvo_t}{volvo_{t-1}} = \frac{vol_t}{vol_{t-1}}$

Pour t = 1 : $\frac{volvo_1}{volvo_4} \neq \frac{vol_1}{vol_4}$ car $\frac{volvo_1}{volvo_4} = \frac{vol_1}{vol_4} \times \frac{val_{A-1}}{val_{A-2}} \bigg/ \frac{vol_{A-1}}{vol_{A-2}} = \frac{vol_1}{vol_4} \times \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}}$

Les trimestres sont additifs dans une année, et leur somme sur l'année redonne les indices de volume annuels (qui sont égaux par définition). On a donc bien cohérence entre comptes trimestriels et comptes annuels :

$$\frac{volch_A}{volch_{A-1}} = \frac{volvo_A}{val_{A-1}} = \frac{volpc_A}{volpc_{A-1}}$$

Au niveau d'une série agrégée, les choses se compliquent

Seule l'additivité temporelle des trimestres d'une année pour former l'agrégat annuel est préservée. Pour le reste, les volumes en prix chaînés et les volumes en prix constants ne sont plus égaux, que ce soit en niveau, en croissance ou en indice de trimestre (ratio du volume du trimestre sur le volume de l'année précédente).

$$VOLCH_t / VOLCH_{A-1} = VOLVO_t / VAL_{A-1} = \sum Wval_{A-1} \times volvo_t / val_{A-1} = \sum Wval_{A-1} \times vol_t / vol_{A-1}$$

tandis que :

$$VOLPC_t / VOLPC_{A-1} = \sum Wvolpc_{A-1} \times volpc_t / volpc_{A-1} = \sum Wvolpc_{A-1} \times vol_t / vol_{A-1}$$

Ainsi :

$$\boxed{\frac{VOLCH_t}{VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLVO_t}{VAL_{A-1}} = \sum Wval_{A-1} \times \frac{vol_t}{vol_{A-1}} \neq \sum Wvolpc_{A-1} \times \frac{vol_t}{vol_{A-1}} = \frac{VOLPC_t}{VOLPC_{A-1}}}$$

Les indices ainsi calculés du trimestre à l'année précédente pour des volumes agrégés en prix chaînés et en prix constants diffèrent donc de par les pondérations appliquées aux indices élémentaires (qui eux sont égaux). Or ces pondérations sont exactement les mêmes que pour le calcul annuel qui précède. Elles n'ont en général aucune raison d'être égales. Les valeurs et volumes élémentaires de l'année A-1 qui composent des pondérations diffèrent par un facteur qui n'est autre que la dérive des prix de l'année A-1 par rapport à l'année de base 00 :

$$\frac{val_{A-1}}{volpc_{A-1}} = \frac{p_{A-1}q_{A-1}}{p_{00}q_{A-1}} = \frac{p_{A-1}}{p_{00}}$$

Ainsi, pour que les indices de volume agrégés des prix chaînés et des prix constants soient égaux, il faut soit que A-1=00 (c'est-à-dire que l'année considérée soit l'année 01 qui suit l'année de référence), soit que les prix de toutes les variétés élémentaires évoluent du même rapport entre l'année A-1 et l'année de base (ce qui en pratique n'arrive pas).

On a les propriétés suivantes :

- Les trimestres sont additifs dans une année et leur somme sur l'année redonne les indices de volume annuels. On a donc bien cohérence entre comptes trimestriels et comptes annuels pour les volumes en prix constants d'une part, les volumes en prix chaînés ou aux prix de l'année précédente d'autre part :

$$\frac{VOLCH_A}{VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}} = \sum Wval_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}} \neq \sum Wvolpc_{A-1} \times \frac{vol_A}{vol_{A-1}} = \frac{VOLPC_A}{VOLPC_{A-1}}$$

- Contrairement au cas des séries élémentaires, les taux de croissance trimestriels des agrégats en volume à prix chaînés et à prix constants ne sont plus égaux. A cet égard, il faut en outre distinguer la croissance du premier trimestre de celle des autres trimestres de l'année.

Pour t=2, 3 ou 4, on n'a plus égalité entre les taux de croissance en volume :

$$\frac{VOLCH_t}{VOLCH_{t-1}} = \frac{VOLVO_t}{VOLVO_{t-1}} = \sum Wvolvo_{t-1} \times \frac{volvo_t}{volvo_{t-1}} \neq \sum Wvolpc_{t-1} \times \frac{volpc_t}{volpc_{t-1}} = \frac{VOLPC_t}{VOLPC_{t-1}}$$

Comme on l'a vu plus haut, les indices élémentaires sont égaux, si bien que les indices de croissance agrégés ne diffèrent que par les pondérations agrégeant ces indices élémentaires.

$$\frac{VOLCH_t}{VOLCH_{t-1}} = \frac{VOLVO_t}{VOLVO_{t-1}} = \sum Wvolvo_{t-1} \times \frac{vol_t}{vol_{t-1}} \neq \sum Wvolpc_{t-1} \times \frac{vol_t}{vol_{t-1}} = \frac{VOLPC_t}{VOLPC_{t-1}}$$

La différence entre les deux jeux de pondération tient une nouvelle fois à la dérive de prix annuels entre l'année de base et l'année précédente :

$$volvo_t = volpc_t \times \frac{p_{A-1}}{p_{00}}$$

On en conclut que seuls deux cas de figurent assurent l'égalité entre les croissances trimestrielles des agrégats au sein d'une année : soit A-1=00 c'est à dire pour la croissance des T2, T3 et T4 de l'année 01, soit les dérives de prix entre l'année de base et l'année précédente ont été homogènes au sein des variétés élémentaires composant l'agrégat.

A fortiori, on n'aura pas non plus d'égalité pour les croissances des premiers trimestres. Pour t=1 :

$$\frac{VOLCH_1}{VOLCH_4} = \frac{VOLVO_1}{VOLVO_4} \times \frac{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} = \frac{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \sum Wvolvo_4 \times \frac{volvo_1}{volvo_4}$$

$$\frac{VOLPC_1}{VOLPC_4} = \sum Wvolpc_4 \times \frac{vol_1}{vol_4}$$

Comme $volvo_t = volpc_t \times \frac{p_{A-1}}{p_{00}}$, on a :

$$\frac{volvo_1}{volvo_4} = \frac{volpc_1}{volpc_4} \times \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}} = \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}} \times \frac{vol_1}{vol_4}$$

La première expression peut donc être explicitée ainsi :

$$\boxed{\frac{VOLCH_1}{VOLCH_4} = \frac{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \sum Wvolvo_4 \times \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}} \times \frac{vol_1}{vol_4}}$$

Les croissances trimestrielles diffèrent une fois de plus de par les pondérations aux indices de volume élémentaires (qui eux sont égaux). Cependant, cette fois, les pondérations n'ont aucune raison d'être égales même lorsque A-1=00 :

$$Wvolpc_4 \neq \frac{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}} \times Wvolvo_4$$

On peut encore expliciter le terme annuel. En effet, on a vu plus haut pour les agrégats annuels la relation :

$$\frac{VOLCH_A}{VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}}$$

Du coup, on a :

$$\frac{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} = \frac{VOLCH_{A-1}}{VOLCH_{A-2}} \times \frac{VAL_{A-2}}{VAL_{A-1}} = \frac{VOLVO_{A-1}}{VAL_{A-2}} \times \frac{VAL_{A-2}}{VAL_{A-1}} = \frac{VOLVO_{A-1}}{VAL_{A-1}}$$

Ainsi, les pondérations s'explicitent de la façon suivante :

$$\boxed{Wvolpc_4 \neq \frac{VOLVO_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{p_{A-1}}{p_{A-2}} \times Wvolvo_4} \text{ où } \boxed{volvo_4 = \frac{p_{A-2}}{p_{00}} \times volpc_4}$$

Cette expression montre que les pondérations appliquées n'ont que peu de chances d'aboutir à des taux de croissances au premier trimestre identiques pour les agrégats selon qu'il sont mesurés en volumes à prix chaînés ou à prix constants.

Contributions en annuel et en trimestriel

<u>D'une façon générale la contribution est la décomposition de la croissance d'un agrégat</u>

Une contribution est la part de la croissance d'un agrégat imputable à chaque élément qui le compose de façon additive. Les contributions doivent s'additionner pour redonner la croissance de l'agrégat. Ce sont ainsi des décompositions de la croissance.

La formule générale d'une contribution est le résultat de la fonction « contrib » ainsi définie :

Si $VOL_A = \sum vol_A$ est l'agrégat et sa décomposition, on peut décomposer sa croissance ainsi :

$$\boxed{evol_A(VOL) = \frac{VOL_A}{VOL_{A-1}} - \frac{VOL_{A-1}}{VOL_{A-1}} = \frac{\sum vol_A}{VOL_{A-1}} - \frac{\sum vol_{A-1}}{VOL_{A-1}} = \sum \frac{vol_A - vol_{A-1}}{VOL_{A-1}} = \sum contrib_A(vol, VOL)}$$

On en déduit la définition de la contribution :

$$\boxed{contrib_A(vol, VOL) = \frac{vol_A - vol_{A-1}}{VOL_{A-1}} = \frac{vol_{A-1}}{VOL_{A-1}} \times \frac{vol_A - vol_{A-1}}{vol_{A-1}} = \frac{vol_{A-1}}{VOL_{A-1}} \times evol_A(vol) = Wvol_{A-1} \times evol_A(vol)}$$

La contribution d'un sous-agrégat à la croissance d'un agrégat n'est autre que la croissance de cet élément pondérée par son poids dans l'agrégat de la période précédente.

La formule est exactement la même en trimestriel (il suffit de remplacer les suffixes A par t pour s'en convaincre.

Les contributions en valeur et en prix constant

En prix constants comme en valeur, les contributions suivent la définition générale :

$$\boxed{contrib_A(val,VAL) = \frac{val_A - val_{A-1}}{VAL_{A-1}} = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{val_A - val_{A-1}}{val_{A-1}} = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times evol_A(val)}$$

et

$$\boxed{contrib_A(volpc,VOLPC) = \frac{volpc_A - volpc_{A-1}}{VOLPC_{A-1}} = \frac{volpc_{A-1}}{VOLPC_{A-1}} \times \frac{volpc_A - volpc_{A-1}}{volpc_{A-1}} = \frac{volpc_{A-1}}{VOLPC_{A-1}} \times evol_A(volpc)}$$

Les contributions annuelles en volume au prix de l'année précédente et en volumes chaînés

Les deux contributions sont confondues car les croissances sont confondues par définition du chaînage annuel. Pour autant, leur définition diffère de la définition générale. On introduit donc des fonctions « contribch » et « contribvo » pour désigner ces contributions en prix chaînés.

$$\boxed{\frac{VOLCH_A}{VOLCH_{A-1}} - 1 = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}} - 1 = \frac{VOLVO_A}{VAL_{A-1}} - \frac{VAL_{A-1}}{VAL_{A-1}} = \frac{\sum volvo_A - val_{A-1}}{VAL_{A-1}} = \sum \frac{volvo_A - val_{A-1}}{VAL_{A-1}}}$$

$$\boxed{contribvo_A(volvo,VOLVO) = \frac{volvo_A - val_{A-1}}{VAL_{A-1}} = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{volvo_A - val_{A-1}}{val_{A-1}} = Wval_{A-1} \times evolvo_A(volvo)}$$

La formule de contribution des volumes au prix de l'année précédente est ainsi très proche de la formule de contribution générale. Elle prend simplement en compte le fait que la croissance des volumes au prix de l'année précédente consiste à rapporter les volumes aux valeurs de l'année précédente.

Pour obtenir la contribution des volumes chaînés qui est par définition égale à celle des volumes au prix de l'année précédente, il suffit de faire réapparaître les volumes chaînés dans la formule précédente :

$$contribch_A(volch,VOLCH) = contribvo_A(volvo,VOLVO) = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{volvo_A - val_{A-1}}{val_{A-1}}$$

$$\boxed{contribch_A(volch,VOLCH) = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{volch_A \times \dfrac{val_{A-1}}{volch_{A-1}} - val_{A-1}}{val_{A-1}} = \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \left(\frac{volch_A}{volch_{A-1}} - 1\right) = Wval_{A-1} \times evol_A(volch)}$$

On retrouve finalement une formule très proche de la formule générale, modulo les pondération qui ne sont pas exprimées en volumes chaînés mais en valeurs de l'année précédente.

Les contributions trimestrielles en volume au prix de l'année précédente et en volumes chaînés

Comme pour les croissances des agrégats, il faut distinguer pour les contributions les premiers trimestres des autres trimestres.

Pour t=2, 3 ou 4 :

$$\frac{VOLCH_t}{VOLCH_{t-1}}-1=\frac{VOLVO_t}{VOLVO_{t-1}}-1=\frac{\sum volvo_t-volvo_{t-1}}{VOLVO_{t-1}}=\sum\frac{volvo_t-volvo_{t-1}}{VOLVO_{t-1}}$$

$$contribch_t(volch,VOLCH)=\frac{volvo_t-volvo_{t-1}}{VOLVO_{t-1}}=\frac{volch_t\times\frac{val_{A-1}}{volch_{A-1}}-volch_{t-1}\times\frac{val_{A-1}}{volch_{A-1}}}{VOLCH_{t-1}\times\frac{VAL_{A-1}}{VOLCH_{A-1}}}$$

$$contribch_t(volch,VOLCH)=\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}}\times\frac{volch_t-volch_{t-1}}{VOLCH_{t-1}}$$

$$\boxed{contribch_t(volch,VOLCH)=\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}}\times contrib_t(volch,VOLCH)}$$

La contribution des volumes en prix chaînés s'exprime par la formule générale modulo un facteur multiplicatif. Ce facteur est le rapport du poids en valeur et du poids en volume chaîné, exprimés sur l'année précédente A-1, mais il est aussi le rapport du poids en volume au prix de l'année précédente et en volume chaîné, exprimés sur l'année courante A :

$$\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}}=\frac{volvo_A/volch_A}{VOLVO_A/VOLCH_A}=\frac{volvo_A/VOLVO_A}{volch_A/VOLCH_A}$$

Si les sous-agrégats sont élémentaires, on peut utiliser la propriété d'égalité des volumes chaînés et des volumes en prix constants pour voir que le numérateur exprime une dérive de prix entre l'année de base « 00 » et l'année précédente A-1 :

$$val_{A-1}/volch_{A-1}=val_{A-1}/volpc_{A-1}=p_{A-1}q_{A-1}/p_{00}q_{A-1}=p_{A-1}/p_{00}$$

Par analogie, on peut en déduire que le facteur multiplicatif exprime le rapport entre la dérive du prix moyen du sous-agrégat et celle du prix moyen de l'agrégat. Il sera ainsi d'autant plus fort que les prix du sous-agrégat sont restés structurellement très dynamiques entre l'année de base et l'année précédente.

Enfin, pour le premier trimestre, t=1 on obtient la formule suivante :

$$\frac{VOLCH_1-VOLCH_4}{VOLCH_4}=\frac{VOLVO_1\times\frac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}}-VOLVO_4\times\frac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}}}{VOLCH_4}$$

$$\frac{VOLCH_1-VOLCH_4}{VOLCH_4}=\frac{\sum volvo_1\times\frac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}}-\sum volvo_4\times\frac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}}}{VOLCH_4}$$

$$\frac{VOLCH_1 - VOLCH_4}{VOLCH_4} = \sum \frac{volvo_1 \times \dfrac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}} - volvo_4 \times \dfrac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}}}{VOLCH_4}$$

Ainsi, la contribution vaut :

$$contribch_1(volch, VOLCH) = \frac{volvo_1 \times \dfrac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}} - volvo_4 \times \dfrac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}}}{VOLCH_4}$$

$$contribch_1(volch, VOLCH) = \frac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{volvo_1}{VOLCH_4} - \frac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}} \times \frac{volvo_4}{VOLCH_4}$$

Dans un premier temps, on repasse les sous-agrégats en volumes chaînés :

$$contribch_1(volch, VOLCH) = \frac{VOLCH_{A-1}}{VAL_{A-1}} \times \frac{val_{A-1}}{volch_{A-1}} \times \frac{volch_1}{VOLCH_4} - \frac{VOLCH_{A-2}}{VAL_{A-2}} \times \frac{val_{A-2}}{volch_{A-2}} \times \frac{volch_4}{VOLCH_4}$$

$$contribch_1(volch, VOLCH) = \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \frac{volch_1}{VOLCH_4} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \times \frac{volch_4}{VOLCH_4}$$

Ensuite, on ajoute le terme nul :

$$-\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \frac{volch_4}{VOLCH_4} + \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \frac{volch_4}{VOLCH_4}$$

pour obtenir :

$$\begin{aligned} contribch_1(volch, VOLCH) = {} & \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times \frac{volch_1 - volch_4}{VOLCH_4} \\ & + \frac{volch_4}{VOLCH_4} \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} contribch_1(volch, VOLCH) = {} & \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times contrib_1(volch, VOLCH) \\ & + \frac{volch_4}{VOLCH_4} \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \right) \end{aligned}}$$

Cette formule montre que pour t=1, on retrouve spontanément la même contribution que pour les autres trimestres plus un terme additionnel spécifique qui multiplie le poids du sous agrégat en termes de volume chaîné du quatrième trimestre à la différence entre le facteur multiplicatif exprimé sur l'année A-1 et sur l'année A-2.

On voit donc que le calcul des contributions trimestrielles des volumes en prix chaînés est plus complexe que celui des contributions en volumes à prix constant. Il n'y a pas homogénéité des différents trimestres puisque la contribution du premier trimestre inclut un terme supplémentaire contrairement aux autres trimestres, fruit du changement de pondération entre le quatrième trimestre A-1 et le premier trimestre A.

Pour faciliter l'analyse économique et conjoncturelle, ce terme spécifique, lié à des changements de pondération, peut être davantage réduit. En effet :

- o la définition des contributions contient une part d'arbitraire. De fait, si l'on respecte à chaque fois la propriété d'additivité, il y a en théorie plusieurs façons de décomposer la croissance d'un agrégat en termes contributeurs de chaque sous-agrégat. La formule présentée ci-dessus est issue de la décomposition la plus naturelle, mais elle n'est pas nécessairement la plus pertinente.

- o le terme additionnel de la formule précédente s'avère en pratique non négligeable, car il rend compte d'un décalage d'évolution de prix entre les années A-2 et A-1 du sous-agrégat et de l'agrégat total. Ainsi, par exemple, lorsque l'agrégat est composé de deux sous-agrégats dont les dérives de prix sont radicalement opposées (forte hausse structurelle des prix d'un côté, forte baisse de l'autre), les termes additionnels des deux contributions de chacun des sous-agrégats peuvent ne pas être négligeables, tout en se compensant partiellement.

C'est la raison pour laquelle on se propose de corriger les contributions du premier trimestre de chaque sous-agrégat d'un terme supplémentaire, dont la somme sur tous les sous-agrégats est nulle. Ce terme exprime la même dérive de prix relative, mais pondérée cette fois par le poids du sous-agrégat dans l'année et non plus seulement au quatrième trimestre. En pratique, on enlève au terme additionnel une sorte de moyenne lissée sur l'année :

$$\boxed{\begin{aligned} contribch_1(volch,VOLCH) = {} & \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times contrib_1(volch,VOLCH) \\ & + \frac{volch_4}{VOLCH_4} \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \right) \\ & - \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \right) \end{aligned}}$$

Démontrons que ce terme supplémentaire s'annule lorsque l'on additionne toutes les contributions.

$$\begin{aligned} & \sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \right) \\ & = \sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \\ & = \sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} \end{aligned}$$

Or il se trouve que chacune des sommes est égale à 1, ce qui fait bien 1 - 1 = 0

En effet, la première somme se simplifie ainsi :

$$\sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} = \sum \frac{volch_{A-1} \times val_{A-1}/volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1} \times VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} = \sum \frac{val_{A-1}}{VAL_{A-1}} = 1$$

Et la seconde somme se simplifie ainsi :

$$\sum \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}} \times \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} = \sum \frac{val_{A-2} \times volch_{A-1}/volch_{A-2}}{VOLCH_{A-1} \times VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}} = \sum \frac{volvo_{A-1}}{VOLVO_{A-1}} = 1$$

En conclusion, la formule générale retenue pour les contributions chaînées est :

$$\boxed{\begin{aligned} contribch_t(volch,VOLCH) &= \frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} \times contrib_t(volch,VOLCH) \\ &+ \left(\frac{volch_4}{VOLCH_4} - \frac{volch_{A-1}}{VOLCH_{A-1}}\right) \times \left(\frac{val_{A-1}/volch_{A-1}}{VAL_{A-1}/VOLCH_{A-1}} - \frac{val_{A-2}/volch_{A-2}}{VAL_{A-2}/VOLCH_{A-2}}\right) \ si\ t=1 \end{aligned}}$$